

**UNIVERSITÄT DER BUNDESWEHR MÜNCHEN**

**Fakultät für Luft- und Raumfahrttechnik**

**Institut für Mechanik**

**Rissfortschritt in kohlenstofffaserverstärktem Kohlenstoff**

**Dipl.-Ing. Thorsten Weber**

**Vollständiger Abdruck der von der Fakultät für Luft- und Raumfahrttechnik  
der Universität der Bundeswehr München  
zur Erlangung des akademischen Grades  
eines Doktors der Ingenieurwissenschaften (Dr.-Ing.)  
genehmigten Dissertation**

**Vorsitzender des  
Promotionsausschusses:**

**apl. Prof. Dr.-Ing. habil. H. Fleischer**

**1. Berichterstatter:**

**Univ.-Prof. Dr.-Ing. F.A. Emmerling**

**2. Berichterstatter:**

**Univ. Prof. Dr.-Ing. W.A. Kaysser**

**3. Berichterstatter:**

**Univ.-Prof. Dr.-Ing. H.-J. Gudladt**

**Die Dissertation wurde am 24.08.00 bei der Universität der Bundeswehr München,  
85577 Neubiberg, Werner-Heisenberg-Weg 39 eingereicht und durch die Fakultät für  
Luft- und Raumfahrttechnik am 04.10.00 in der FBR-Sitzung 7/2000 angenommen.**

**Tag der Prüfung:**

**06.04.2001**

**DISTRIBUTION STATEMENT A**  
Approved for Public Release  
Distribution Unlimited

**20030107 069**

**AQ F03-03-0583**

REPORT DOCUMENTATION PAGE			Form Approved OMB No. 0704-0188	
Public reporting burden for this collection of information is estimated to average 1 hour per response, including the time for reviewing instructions, searching existing data sources, gathering and maintaining the data needed, and completing and reviewing the collection of information. Send comments regarding this burden estimate or any other aspect of this collection of information, including suggestions for reducing this burden to Washington Headquarters Services, Directorate for Information Operations and Reports, 1215 Jefferson Davis Highway, Suite 1204, Arlington, VA 22202-4302, and to the Office of Management and Budget, Paperwork Reduction Project (0704-0188), Washington, DC 20503.				
1. AGENCY USE ONLY (Leave blank)	2. REPORT DATE  2001	3. REPORT TYPE AND DATES COVERED  Dissertation		
4. TITLE AND SUBTITLE  Rissfortschritt in kohlenstoffaserverstaerktem Kohlenstoff  Crack Progress in Carbon Fibre Reinforced Carbon		5. FUNDING NUMBERS		
6. AUTHOR(S)  Thorsten Weber				
7. PERFORMING ORGANIZATION NAME(S) AND ADDRESS(ES)  Fakultaet fuer Luft- und Raumfahrttechnik, Universitaet der Bundeswehr Muenchen		8. PERFORMING ORGANIZATION Report Number REPORT NUMBER		
9. SPONSORING/MONITORING AGENCY NAME(S) AND ADDRESS(ES)		10. SPONSORING/MONITORING AGENCY REPORT NUMBER		
11. SUPPLEMENTARY NOTES  Text in German. Title and abstract in German and English, 136 pages.				
12a. DISTRIBUTION/AVAILABILITY STATEMENT  Distribution A: Public Release.		12b. DISTRIBUTION CODE		
ABSTRACT (Maximum 200 words)  The subject of this work is the examination of the crack propagation of carbon-fiber-reinforced carbon. CFRC, which principally is not a fiber-reinforced ceramic, although it is often deemed so due to its brittle behavior. The study first notes the current state of research on the matter, poses its problem, and then begins to describe the experiments undertaken. The questions ultimately discussed are: the behavior of CFRC based on the production-conditioned matrix contraction strain; the behavior of CFRC in consideration to a power train in interface through rubbing; the behavior of CFRC in consideration to a spongiosis of the matrix after the additional warming above 1000 degrees centigrade.				
14. SUBJECT TERMS  German, UNIBW, Carbon fiber reinforced carbon, Crack propagation, Spongiosis, Matrix contraction strain			15. NUMBER OF PAGES	
			16. PRICE CODE	
17. SECURITY CLASSIFICATION OF REPORT  UNCLASSIFIED	18. SECURITY CLASSIFICATION OF THIS PAGE  UNCLASSIFIED	19. SECURITY CLASSIFICATION OF ABSTRACT  UNCLASSIFIED	20. LIMITATION OF ABSTRACT  UNLIMITED	

## **Inhaltsverzeichnis**

<b>1.</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2.</b>	<b>Stand der Forschung</b>	<b>2</b>
2.1	Technische Anwendung von kohlenstofffaserverstärktem Kohlenstoff	2
2.2	Eigenschaften von kohlenstofffaserverstärktem Kohlenstoff	3
2.3	Die Energiefreisetzungsrate für die Rissausbreitung	7
2.4	Energiekriterium für das Bifurkationsproblem der Rissabzweigung bzw. Risspenetration	9
2.4.1	Arten des Rissfortschrittes	9
2.4.2	Energiekriterium	11
2.5	Gegenüberstellung von verschiedenen Theorien zur analytischen Bestimmung von $G_d/G_p$	13
2.6	Energiekriterium für Faserverbundwerkstoffe mit isotropen Materialkombinationen nach He und Hutchinson	14
2.6.1	Rissabzweigung/Risspenetration	14
2.6.2	Herleitung der Energiefreisetzungsrate eines Matrixrisses für Abzweigen am Interface oder Eindringen in die Faser	14
2.6.3	Eindringen in die Faser nach Durchstoßen des Interfaces	16
2.6.4	Energiefreisetzungsrate bei Abzweigen des Matrixrisses am Interface (Deflection)	16
2.6.5	Grenzwertbetrachtung in der Nähe des Interfaces	17
2.6.6	Ermitteln des Verhältnis $G_d/G_p$ aus den beiden Energiefreisetzungsraten	17
2.6.8	Zusammenfassung der Theorie von He und Hutchinson	19

2.7	Ermitteln der Energiefreisetzungsrate mit Hilfe einer Boundary Element Methode nach Tullock, Reimanis, Graham und Petrovic	20
2.7.1	Allgemeines	20
2.7.2	Aufstellen der Grundgleichungen	20
2.7.3	Die Boundary Element Methode	21
2.7.4	Numerische Implementierung	22
2.7.5	Ermittlung der Dehnungsenergiefreisetzungsrate	22
2.7.6	Durchführung der Boundary Element Methode	23
2.7.7	Zusammenfassung der Rechnungen von Tullock, Reimanis, Graham und Petrovic	24
2.8	Rissabzweigung an einem Interface unter Berücksichtigung des Einflusses von Restspannungen nach He, Evans und Hutchinson	25
2.8.1	Allgemeines	25
2.8.2	Spannungsintensitätsfaktor und Energiefreisetzungsrate	26
2.8.3	Zusammenfassung der analytischen Lösung für Restspannungsbehaftete Faser-Matrix-Kombinationen	30
2.9	Energiekriterium für eine Rissabzweigung an einem Interface zwischen zwei orthotropen Medien gemäß Gupta und Martinez	31
2.9.1	Allgemeines	31
2.9.2	Riss senkrecht zu einem Interface	32
2.9.2.1	Problemstellung und Lösungsansatz	32
2.9.3	Energiekriterium für Rissabzweigung oder Risseindringen	36
2.9.3.1	Ermittlung der Energiefreisetzungsrate $G_p$ für Penetration	36
2.9.3.2	Ermittlung der Energiefreisetzungsrate $G_d$ für Deflection	38
2.9.3.3	Ermittlung des Quotienten der Energiefreisetzungsrate	38
2.9.4	Zusammenfassung der Theorie von Gupta und Martinez	40

2.10.	Analytische Bestimmung des Faserdebondings in restspannungsbehafteten spröden Faserverbundmaterialien von Charalambides	41
2.10.1	Allgemeines	41
2.10.2	Mechanisches Verhalten beim Debonding (Matrixriss senkrecht zur Faser)	41
2.10.3	Rissabzweigen unter Mixed-Mode-Bedingung	42
2.10.4	Debondingbedingungen	44
2.10.5	Debonding unabhängig von thermischen Lasten	45
2.10.6	Debonding abhängig von thermischen lasten	46
2.10.7	Verhalten von Matrixrissen bei Rissfortschritt in geneigten Fasern	48
2.10.8	Zusammenfassung der Untersuchungen von Charalambides	51
2.11	Vergleich der vorgestellten Theorien unter Berücksichtigung des kohlenstofffaserverstärkten Kohlenstoffs	52
2.12	Bestimmung der Energiefreisetzungsrate G mit Hilfe der Methode der finiten Elemente	57
2.12.1	Allgemeines	57
2.12.2	Modellierung von Faserverbundwerkstoffen als Einzelfaserverbund	57
2.12.3	Ermitteln der Energiefreisetzungsrate bei Rissfortschritt anhand der Gesamtenergie W des Modells	59
2.12.4	Ermitteln der Energiefreisetzungsrate nach der Rissschließmethode nach Kaninen	61
2.12.4.1	Grundgleichungen	61
2.12.4.2	Beschreibung der Methode	62
2.12.5	Zusammenfassung der beiden Methoden	64
3.	<b>Aufgabenstellung</b>	<b>65</b>

<b>4.</b>	<b>Berechnungen und Versuche</b>	<b>66</b>
4.1	Allgemeines	66
4.2	Modellierung der Risserweiterung in einem zylindrischen Faser-/Matrixmodell und Verifikation mit bekannten Lösungen	67
4.2.1	Allgemeines	67
4.2.2	Generieren Modells mit dem FEM Pre-/Postprozessor PDA/PATRAN	67
4.2.3	Vergleich der Energiefreisetzungsrate $G_p$ aus der FEM-Rechnung mit der Lösung für den Rundstab mit konzentrischem Riss	69
4.2.4	Überprüfen des FEM-Modells mit den Ergebnissen von He und Hutchinson	72
4.2.5	Zusammenfassung der Verifikation des FEM-Modells mit bekannten Lösungen	73
4.3	Ermitteln der Bruchenergie $G_c^f$ der Kohlenstofffaser	75
4.3.1	Allgemeines	75
4.3.2	Überlegungen nach Honjo und Shindo	76
4.3.3	Verifikation des finiten Element Modells anhand der Literatur	77
4.3.4	Verifikation der Berechnungen von Ochiai und Osamura	77
4.3.5	Ermitteln der Bruchenergie $G_c^f$ für die orthotrope Kohlenstofffaser unter Berücksichtigung des Temperatureinflusses	80
4.3.6	Zusammenfassung der Rechnungen zur Bestimmung der Bruchenergie der Faser	82
4.4	Ermitteln der Bruchenergie $G_c^i$ anhand eines Druckscherversuches	85
4.4.1	Rechnerische Bestimmung der Bruchenergie aus dem Druckscherversuch	87
4.4.2	Zusammenfassung des Druckscherversuches	88
4.5	Berechnung des Energiefreisetzungsratenverhältnisses $G_d/G_p$ für kohlenstofffaserverstärkten Kohlenstoffeinzelfaserverbund	89
4.5.1	Allgemeines	89
4.5.2	Modellierung des Einzelfaserverbundes	89

4.6	Ermitteln $G_d/G_p$ unter Einfluss von herstellungsbedingten Matrixschrumpfspannungen für den Einzelfaserverbund	90
4.6.1	Modellierung des Einflusses von Matrixschrumpfspannungen	90
4.6.2	Berechnung der Energiefreisetzungsrates $G_p$ für Penetration	92
4.6.3	Verhältnis der Energiefreisetzungsrates für Penetration	93
4.6.4	Vergleich von Penetration und Deflection	95
4.6.5	Ermitteln von $G_d/G_p$	97
4.6.6	Zusammenfassung der Berechnung der Energiefreisetzungsrates $G_d$ bzw. $G_p$ des Einzelfaserverbundes	98
4.6.7	Ergebnisse für Spannungsverteilungen am Interface im Einzelfaserverbundes	100
4.7	Berechnung des Energiefreisetzungsratesverhältnisses $G_d/G_p$ für den kohlenstofffaserverstärkten Kohlenstoff Quasimehrfaserverbund	104
4.7.1	Allgemeines	104
4.7.2	Modellierung eines Quasimehrfaserverbundes	105
4.7.3	Energiefreisetzungsrates für den schrumpfspannungsbehafteten kohlenstofffaserverstärkten Kohlenstoff nach der Karbonisierung bzw. Graphitierung	105
4.7.4	Zusammenfassung der Berechnung des Quasimehrfaserverbundes	107
4.8	Untersuchung von Reibungseinflüssen im Interface	108
4.8.1	Allgemeines	108
4.8.2	Modellierung mit Hilfe des FEM-Programms NASTRAN	108
4.8.3	Einfluss der Reibung auf die Gleitlänge	109
4.8.4	Einfluss der Reibung auf die Gleitlänge bei 1%- und 2%-Matrixschrumpfen beim Einzelfaserverbund	109
4.8.5	Einfluss der Reibung auf die Gleitlänge bei 1% und 2%-Matrixschrumpfen beim Quasimehrfaserverbund	110
4.8.6	Einfluss der Reibung auf die Energiefreisetzungsrates für Penetration $G_p$	111
4.8.7	Einfluss von $G_p$ in Abhängigkeit vom Reibungskoeffizienten für den Einzelfaserverbund	112

4.8.8	Ermittlung der Abhängigkeit der Energiefreisetzungsrate von den Reibungskoeffizienten für den Quasimehrfaserverbund	113
4.8.9	Ergebnisse der Untersuchungen des Einflusses der Reibung zwischen Faser und Matrix auf die Eigenschaften von kohlenstofffaserverstärkten Kohlenstoff	115
4.8.10	Zusammenfassung der Rechnungen mit Reibung zwischen Faser und Matrix	118
4.9	Auswirkungen von Strukturänderungen in der Matrix (Graphitierung) auf $G_d/G_p$ nach einer zusätzlichen Wärmebehandlung	119
4.9.1	Einfluss einer möglichen Eigenschaftsänderung in der Matrix	119
4.9.2	Vorgehensweise	119
4.9.3	$E_{zm} = \text{const}$	120
4.9.3.1	Untersuchung der Verhältnisse der Energiefreisetzungsraten	120
4.9.3.2	Auswirkung auf die Energiefreisetzungsraten bei Penetration	122
4.9.4	$E_{mm} = \text{const}$	123
4.9.5	Ergebnisse aus der Matrixorthotropie	124
4.9.6	Zusammenfassung der Ergebnisse aus der Betrachtung einer Graphitierung der Matrix nach der zusätzlichen Wärmebehandlung	126
5.	<b>Diskussion</b>	127
5.1	Verhalten des kohlenstofffaserverstärkten Kohlenstoffs aufgrund der herstellungsbedingten Matrixschrumpfspannungen	127
5.2	Verhalten des kohlenstofffaserverstärkten Kohlenstoffs unter Berücksichtigung einer Kraftübertragung im Interface durch Reibung	130
5.3	Verhalten des kohlenstofffaserverstärkten Kohlenstoffs unter Berücksichtigung einer Graphitierung der Matrix nach der zusätzlichen Wärmebehandlung oberhalb von 1000°C	131
6.	<b>Zusammenfassung</b>	132
7.	<b>Literatur</b>	134



## Abbildungsverzeichnis

2-1a	Bremsscheiben für F-16	2
2-1b	Herstellung von C/C	3
2-2	Poren und Riss in 2D C/C	4
2-3	Reimprägnierungsschritte	5
2-4	Festigkeit in Abhängigkeit von der Behandlungstemperatur	5
2-5	Unendliche Platte mit Riss	7
2-6	Instabiles Risswachstum bei duktilen Werkstoffen	8
2-7a	Rissabzweigung am Interface („Single Deflection“)	10
2-7b	Rissabzweigung am Interface („Double Deflection“)	10
2-7c	Risspenetration in die Faser („Penetration“)	10
2-8	Spannungen an der Rissspitze	15
2-9	Verhältnis der Energiefreisetzungsraten in Abhängigkeit von $\alpha$	18
2-10	Diskretisierung des Rissfortschrittes mit Hilfe der BEM	23
2-11	Vergleich des Energiefreisetzungsratenverhältnisses für einfache und doppelte Rissabzweigung am Interface gemäß He und Hutchinson und Tullock et al.	24
2-12	Spannungen $\sigma_t$ und $\sigma_n$ in der Rissebene	25
2-13	Energiefreisetzungsratenverhältnis als Funktion von $\alpha$ in Abhängigkeit von $\eta_n$ für $\eta_t = -0,1$	28
2-14	Energiefreisetzungsratenverhältnis als Funktion von $\alpha$ in Abhängigkeit von $\eta_n$ für $\eta_t = 0$	29
2-15	Energiefreisetzungsratenverhältnis als Funktion von $\alpha$ in Abhängigkeit von $\eta_n$ für $\eta_t = 0,1$	29
2-16	Einführung von Versetzungen zur Risssimulation	36
2-17	$G_d/G_p$ für orthotrope Materialien in Abhängigkeit vom Dundursparameter $\alpha$ und Orthotropiefaktor $\lambda$	39
2-18	Spannungssingularitäten am Riss	43
2-19	4-Punktbiegeprobe	46
2-20	Faserversagen	48
2-21	Faserdebonding	49
2-22	Phasenwinkel an der Debondingrissspitze	50

2-23	CTRIAX-6 Elemente	58
2-24	Modell	59
2-25	theoretischer und realer Rissfortschritt	60
2-26	Energiefreisetzungsrate nach Kaninen	63
4-1	Ausschnittvergrößerung des Modells am Rissgrund	68
4-2	Geometrie der Rundprobe	70
4-3	Vergleich der analytischen Lösung und FEM-Rechnung	71
4-4	Energiefreisetzungsrate bei Penetration und Deflection	73
4-5	Bruchspannung in Abhängigkeit der TiC-Schichtdicke nach Ochiai	78
4-6	Energiefreisetzungsrate der C-Faser mit TiC-Matrix ohne thermische Spannungen	78
4-7	Energiefreisetzungsrate für eine unbeschichtete, isotrope Kohlenstofffaser	79
4-8	Energiefreisetzungsrate für die TiC-beschichtete, orthotrope Kohlenstofffaser (Schichtdicke 0,05 $\mu\text{m}$ )	80
4-9	Energiefreisetzungsrate für die TiC-beschichtete, orthotrope Kohlenstofffaser (Schichtdicke 0,08 $\mu\text{m}$ )	81
4-10	Energiefreisetzungsrate für die unbeschichtete, orthotrope Kohlenstofffaser	81
4-11	Druckscherversuch	85
4-12	Ablaufdiagramm zur Bestimmung der Interfacebruchenergie	86
4-13	Energiefreisetzungsrate eines penetrierenden Matrixrisses in C/C für 0%- und 1%-Schrumpfen	93
4-14	Verhältnis $G(1\%)/G(0\%)$	94
4-15	Energiefreisetzungsrate $G$ für Rissabzweigung/Risspenetration	96
4-16	Axialspannungen (Faser) im Einzelfaserverbund	100
4-17	Radialspannungen im Einzelfaserverbund	101
4-18	Schubspannungen im Einzelfaserverbund	102
4-19	Quasimehrfaserverbund mit aufgeprägter konstanter Radialverschiebung	104
4-20	Energiefreisetzungsrate des Quasimehrfaserverbundes für 1%-Matrixschrumpfen nach der Karbonisierung und für 0%-Matrixschrumpfen nach der Graphitierung	106

4-21	Gleitlänge für Einzelfaserverbund in Abhängigkeit vom Reibungskoeffizienten für 1%- und 2%-Matrixschrumpfen	110
4-22	Gleitlänge für Quasimehrfaserverbund in Abhängigkeit vom Reibungskoeffizienten für 1%- und 2%-Matrixschrumpfen	112
4-23	Energiefreisetzungsraten in Abhängigkeit von $\mu$ für den Einzelfaserverbund bei 1%- und 2%-Matrixschrumpfen	113
4-24	Energiefreisetzungsraten in Abhängigkeit von $\mu$ für den Quasimehrfaserverbund bei 1%- und 2%-Matrixschrumpfen	114
4-25	Radialspannungen	116
4-26	Axialspannungen	117
4-27	Verhältnis $G_d/G_p$ in Abhängigkeit von den Eigenschaften der Matrix	121
4-28	Verhältnis $G_d/G_p$ in Abhängigkeit von der Schubsteifigkeit in der Matrix	121
4-29	Verhältnis $G_d/G_p$ in Abhängigkeit von der Orthotropie in der Matrix	122
4-30	Verhältnis $G_p/G_c^f$ in Abhängigkeit vom Schubmodul der Matrix	123
4-31	Verhältnis $G_d/G_p$ in Abhängigkeit von den Eigenschaften der Matrix	123
4-32	Verhältnis $G_p/G_c^f$ in Abhängigkeit von den Eigenschaften der Matrix	123
4-33	$\sigma_{\pi}$ in Abhängigkeit von der Matrixorthotropie	125

## Abkürzungsverzeichnis

### **Variablen**

$a$	Risslänge
$a_c$	kritische Dicke des Faserüberzuges
$a_r$	radiale Randverschiebung
$a_i$	Länge Matrixriss, der an das Interface anstößt
$a_R$	relative Risslänge
$a_\theta$	tangentiale (Umfangs-) Randverschiebung
$a_j$	komplexe Konstante
$b$	Probendurchmesser
$b_v$	Verschiebungsverteilung
$b_r$	radiale Randverschiebung
$b_\theta$	tangentiale (Umfangs-) Randverschiebung
$b_{ij}$	Nachgiebigkeit im isotropen Fall
$c$	dimensionslose Konstante
$\Delta c$	infinitesimaler Rissfortschritt
$c_{ij}$	Verschiebungsfeld
$c_{\text{gleit}}$	Gleitfaktor
$d$	dimensionslose Funktion
$d_k$	komplexe Konstante
$d_{R,I}$	dimensionslose Funktion
$d_{\text{gleit}}$	Gleitfaktor
$e$	dimensionslose Konstante
$f_j$	Kräfte
$g$	dimensionslose Funktion
$g_{R,I}$	dimensionslose Funktion
$h$	dimensionslose Konstante
$h_{1,2}$	Schichtdicke
$i$	$\sqrt{-1}$
$k$	Spannungskonzentrationsfaktor
$l$	Gleitlänge
$l_{\text{gleit}}$	Gleitlänge
$\Delta l$	Probenverlängerung

$m$	Konstanten
$n$	Konstanten
$p$	komplexe Funktion
$q_{ij}$	Elemente der Nachgiebigkeitsmatrix
$r$	Radius
$r_f$	Faserradius
$s_{gleit}$	Gleitfaktor
$s_{ij}$	Nachgiebigkeit im isotropen Fall
$t$	Haftung entlang der Risserweiterung
$t_{ij}$	Verschiebung
$t_{1,2}$	Komponente einer komplexen Koordinate
$\Delta u$	Rissöffnung
$u_{1,2}$	Variable
$u_{ij}$	Verschiebungen
$u_j$	Verschiebungen
$u_{c,d}$	Rissöffnungsverschiebungen
$v_{c,d}$	Rissöffnungsverschiebungen
$x$	Koordinate
$y$	Koordinate
$z$	Koordinate einer komplexen Koordinate
$A$	Lösung der Integralgleichung
$\Delta A$	Fläche
$A_{ij}$	Matrix in Abhängigkeit der Wurzeln
$A_{gleit}$	Gleitfaktor
$B$	Lösung der Integralgleichung
$B_p$	Probendicke
$C$	Compliance, Nachgiebigkeit
$D$	Lösung der Integralgleichung
$E$	Elastizitätsmodul
$E_{zm}$	Elastizitätsmodul, axiale Richtung, Matrix
$E_{rm}$	Elastizitätsmodul, radiale Richtung, Matrix
$E_{ik}$	Lösung der Integralgleichung

$F$	Lösung der Integralgleichung
$\Delta F$	Kraft am Knoten
$F_c$	Kräfte im Rissgrund
$G$	Energiefreisetzungsrate
$G_{ik}$	Lösung der Integralgleichung
$G_c^i$	Bruchenergie Interface
$G_c^f$	Bruchenergie Faser
$G_d$	Energiefreisetzungsrate Rissabzweigung
$G_p$	Energiefreisetzungsrate Risspenetration
$H_{ij}$	Lösung der Integralgleichung
$H_{11}$	Konstanten
$H_{22}$	Konstanten
$K$	Spannungskonzentrationsfaktor
$L$	Matrix in Abhängigkeit von den Wurzeln
$L_i$	Lösung der Integralgleichung
$P$	mechanische Last
$Q$	Nachgiebigkeitsmatrix
$R$	Risswiderstand
$Re$	Realteil von
$S$	Rand
$T$	Chebyshev-Polynome
$\Delta T$	Temperaturänderung
$T_c$	Kräfte im Rissgrund
$U_e$	elastische Verformungsenergie
$U_0$	Oberflächenenergie
$W$	elastische Gesamtenergie
$Z$	komplexe Koordinate
$\alpha$	Dundursparameter
$\alpha_f$	Wärmeausdehnungskoeffizient Faser
$\alpha_m$	Wärmeausdehnungskoeffizient Matrix
$\Delta\alpha$	Wärmeausdehnungskoeffizientendifferenz

$\beta$	Dundursparameter
$\gamma$	Exponent der Spannungssingularität
$\gamma_s$	spezifische Oberflächenenergie
$\gamma_{yz}$	Gleitungen in der yz-Ebene
$\gamma_{zx}$	Gleitungen in der zx-Ebene
$\gamma_{xy}$	Gleitungen in der xy-Ebene
$\delta$	Lösung der Integralgleichung
$\delta_1$	Lösung der Integralgleichung
$\Delta$	Lösung der Integralgleichung
$\Delta_1$	Lösung der Integralgleichung
$\varepsilon$	dimensionslose Konstante
$\varepsilon_i$	Dehnungen
$\varepsilon_{ij}$	Dehnungen
$\phi$	Potential
$\eta_{1,2}$	komplexe Komponenten einer Randverschiebung
$\eta_n$	dimensionsloser Spannungsparameter Interfacerriss
$\eta_t$	dimensionsloser Spannungsparameter Penetrationsriss
$\varphi$	=1 ebener Spannungszustand, = (1- $\nu^2$ ) ebener Dehungszustand
$\lambda$	Exponent der Spannungssingularität
$\lambda_{1,2}$	Orthotropiefaktor
$\kappa_{1,2}$	Wurzeln der charakteristischen Gleichung
$\nu$	Querkontraktionszahl
$\mu$	Reibungskoeffizient
$\mu_{1,2}$	Schubmodul bzw. Gleitmodul
$\pi$	pi
$\theta$	Azimutwinkel
$\rho$	Orthotropiefaktor
$\sigma$	Spannung
$\sigma_{\theta\theta}$	Spannung
$\sigma_{r\theta}$	Spannung
$\sigma_{xx}$	Spannung in X-Richtung Rissspitze
$\sigma_{xy}$	Schubspannung Rissgrund
$\sigma_{yy}$	Spannung in Y-Richtung Rissspitze

$\tau$	Schubspannung
$\omega_{1,2}$	Azimutwinkel einer Randverschiebung
$\xi_{1,2}$	Variable
$\psi$	Phasenwinkel der Spannungskonzentrationsfaktoren

## Indizes

c	kritisch
d	Abzweigen (Deflection)
f	Faser
i	Laufvariable
i	Interface
j	Laufvariable
k	Laufvariable
p	Eindringen (Penetration)
r	radial
x	X-Richtung
y	Y-Richtung
z	Z-Richtung
T	transponiert
$\theta$	Umfangsrichtung (tangential)
I	Rissmodus I
II	Rissmodus II
$\perp$	senkrecht
$\parallel$	parallel



## 1. Einleitung

Konventionelle Werkstoffe für die Luft- und Raumfahrttechnik aus Aluminium und Titan zeichnen sich durch ihre Duktilität aus. Wegen dieser Duktilität ist es generell möglich, schadenstolerant zu konstruieren. Bei der Fertigung von Luftfahrtstrukturen aus Faserverbunden ist es notwendig, ein schadenstolerantes („damage tolerant“) Werkstoffverhalten zu realisieren.

Diese Werkstoffe versagen häufig „katastrophal“ ohne die für konventionelle Werkstoffe bekannte Duktilität. Dies wird durch die steifen und hochfesten Fasern verursacht. Bei der Entwicklung von Faserverbundwerkstoffen mit keramischer und damit spröder Matrix wird deshalb versucht, von Schadensmechanismen Gebrauch zu machen, die zu einer Quasiduktilität führen.

Eine Möglichkeit, dies zu realisieren, ist das Zulassen von Matrixrissen, die einen gewissen Verlust an Steifigkeit verursachen, wodurch die sogenannte Quasiduktilität erreicht wird. Für dieses Verhalten ist es notwendig, dass Matrixrisse an der Faseroberfläche abzweigen. Dies wird generell realisiert, indem man die Haftung zwischen Faser und Matrix gering hält.

**Kohlenstofffaserverstärkter Kohlenstoff (C/C)** ist prinzipiell keine faserverstärkte Keramik. Er wird jedoch generell aufgrund des spröden Verhaltens dazu gerechnet. Für Faserverbundwerkstoffe ist es daher notwendig, Aussagen zu treffen, ob ein sich entwickelnder Riss oder Schaden entweder

- zu Sprödbbruch (=Faserbruch) oder
- zu quasiduktilem Bruch führt.

Im Gegensatz zum Sprödbbruch, der zu einem sofortigen Versagen führt, führt ein quasiduktiler Bruch lediglich zur Eigenschaftsänderungen im Faserverbundwerkstoff. Hierbei führen Schädigungen, wie beispielsweise Debonding oder Delamination, zu einer Verringerung der Steifigkeit oder zu einer Verschiebung der Eigenfrequenzen.

Die Untersuchung der Rissausbreitung in kohlenstofffaserverstärktem Kohlenstoff ist Gegenstand dieser Arbeit

## 2. Stand der Forschung

### 2.1 Technische Anwendung von kohlenstofffaserverstärktem Kohlenstoff

Kohlenstofffaserverstärkter Kohlenstoff (C/C) zeichnet sich durch einen niedrigen Wärmeausdehnungskoeffizienten und eine hohe Temperaturbeständigkeit bis 3000°C aus. Er gewährleistet eine hohe Steifigkeit und hohe Festigkeit.

Die Anwendung im Hochtemperaturbereich erfordert jedoch das Anbringen von Oxidationsschutzschichten, da sich bei  $T > 600^\circ\text{C}$  eine hohe Oxidationsempfindlichkeit des Werkstoffes einstellt. Als Beschichtungsmaterial kommt hierbei folgendes Material zum Einsatz:

- $T < 1500^\circ\text{C}$                       SiC oder  $\text{Si}_3\text{N}_4$
- $1500^\circ\text{C} < T < 1800^\circ\text{C}$       Borsilikate
- $T > 1800^\circ\text{C}$                       Iridium und Platin-Legierungen

Sein niedriges spezifisches Gewicht erweitert sein Einsatzspektrum auf Raumfahrtstrukturen. Die Abschleißbeständigkeit (Abrasiveverhalten) führt zu einer Verwendung als Brems Scheibenwerkstoff. Für das Kampfflugzeug F-16 wurden beispielsweise 2D-C/C-Brems scheiben entwickelt. Damit lassen sich bis zu 2000 Landungen durchführen. Eine Einführung von 3D-C/C wird den Einsatz auf 3000 Landungen erweitern. Im Vergleich dazu werden Wechsel der Brems scheiben bereits nach 180 Landungen notwendig, wenn diese aus konventionellen Werkstoffen, wie beispielsweise beim Kampfflugzeug F-4F Phantom, gefertigt sind.



Brems scheiben für Kampfflugzeuge

Abb. 2-1a: Brems scheiben für F-16

## 2.2 Eigenschaften von kohlenstofffaserverstärktem Kohlenstoff

**Kohlenstofffaserverstärkter Kohlenstoff (C/C)** wird aufgrund des spröden Verhaltens zu den faserverstärkten Keramiken gerechnet. Um „damage tolerantes“ Werkstoffverhalten zu realisieren, werden Matrixrisse zugelassen. Dieser Schadensmechanismus soll trotz der spröden Matrix zu einer Quasiduktilität führen.

Der untersuchte C/C-Werkstoff wurde über die sog. Polymer-Route mit den unterschiedlichen Prozessschritten gemäß Abb. 2-1b hergestellt [1].

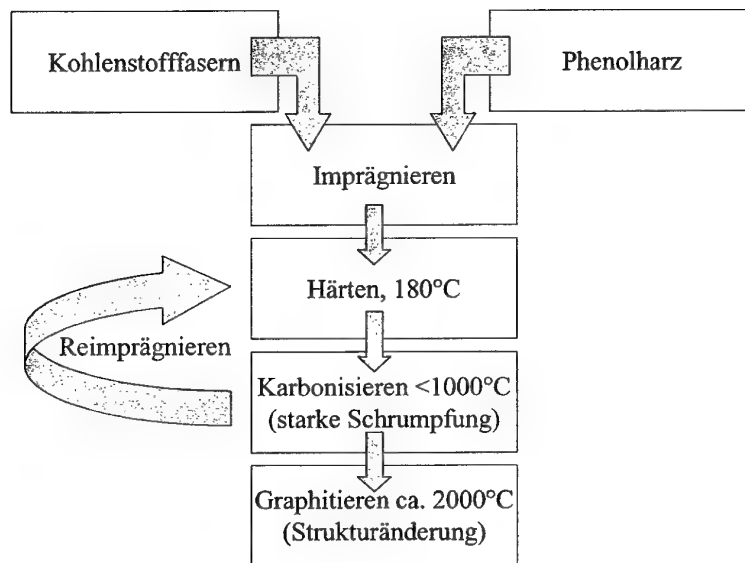
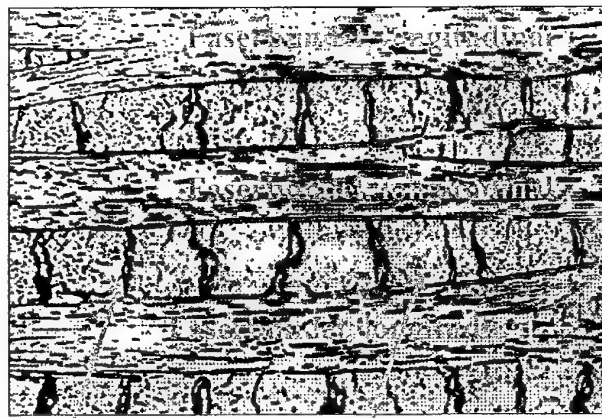


Abb.2-1b: Herstellung von C/C

Als Ausgangsmaterial werden Kohlenstofffasern auf Polyacrylnitril-Basis (PAN) verwendet. Die Herstellung der Kohlenstofffasern, die mit Hilfe der Polymer-Route gemäß Abb. 2-1b zu C/C weiterverarbeitet werden, erfolgt durch das Verspinnen des PAN aus dem schmelzflüssigen Zustand. Nach zwei Zipperreaktionen bei 180°C und 250°C folgt eine Oxidationsreaktion bei 350°C. Durch die anschließende Karbonisierung wird ein Schichtpolymer unter Freiwerden von gasförmigen Reaktionsprodukten erzeugt. Anschließend erfolgt die Graphitierung der Kohlenstofffasern. Um die Faserfestigkeit zu steigern, müssen die hexagonalen Schichtebenen des Kohlenstoffs (C- 6er-Ringe) möglichst parallel liegen. Ein Strecken der Faser unter Anbringen von Zugspannung gewährleistet die erforderlichen Reorientierungsprozesse während des „Processings“.

Die so gefertigten HT-Fasern werden mit dem Polymer Phenolharz imprägniert. Das Phenolharz wird bei 180°C ausgehärtet und wird durch eine anschließende Wärmebehandlung bei Temperaturen bis 1000°C karbonisiert. Bei diesem Prozess, der unter Ausschluss von Sauerstoff stattfindet, wird die Polymermatrix in eine Glaskohlenstoffmatrix umgewandelt. Dies geht mit einer erheblichen Schrumpfung der Matrix und unter Entwicklung von Pyrolysegasen einher. Findet diese Schrumpfung ungehindert statt (die hochmodulige C-Faser verhindert diese stark), dann beträgt die Schrumpfung linear 20%. Dies bedeutet, dass als Folge der Karbonisierung das Polymer auf 50% seines Ausgangsvolumens schrumpft.

Als Folge der Behinderung des Schrumpfens im Faserverbund und der Pyrolysegasentwicklung treten bei der Karbonisierung Risse und Hohlräume auf (Abb. 2-2). Diese können in nachfolgenden Reimprägnierungsschritten (teilweise) geschlossen werden (Abb. 2-3), sodass die Porosität im Endprodukt zwischen 5 und 15% beträgt. In einem letzten Schritt wird der karbonisierte C/C-Werkstoff bei Temperaturen oberhalb von ca. 2000°C behandelt, hauptsächlich, um die Glaskohlenstoffmatrix (teilweise) in eine graphitierte Matrix mit verbesserten mechanischen Eigenschaften umzuwandeln.



Matrixrisse in Querbündeln    Poren in Querbündeln

Abb.2-2 Poren und Risse in 2D C/C

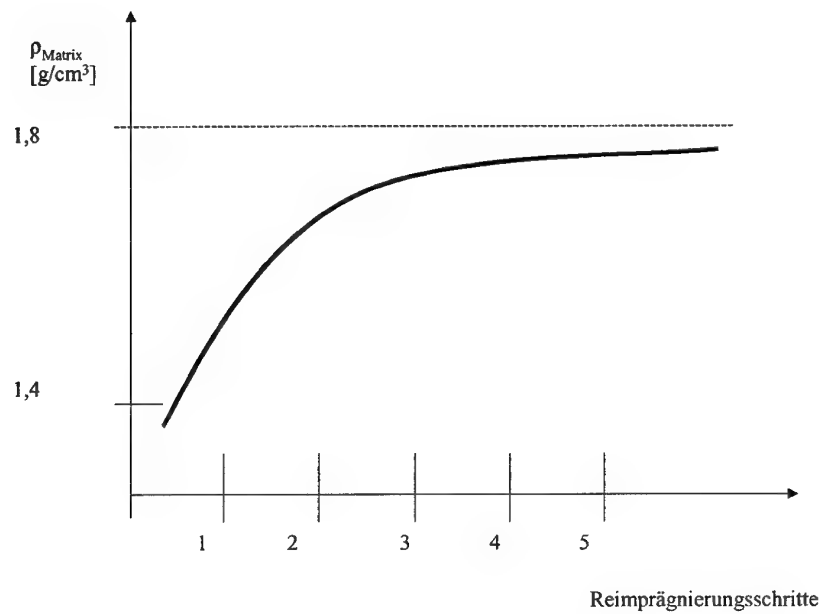


Abb.2-3: Reimprägnierungsschritte

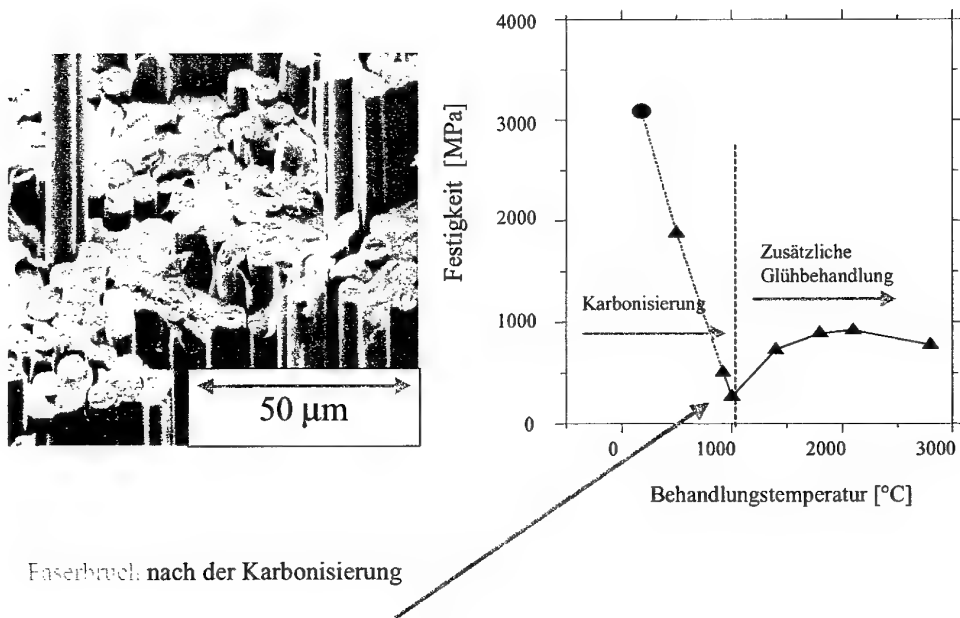


Abb.2-4: Festigkeit in Abhängigkeit von der Behandlungstemperatur  
 Phenolharz-imprägnierte 3K-HTA-Faserbündel [1]

Charakteristisch für die Festigkeitsentwicklung von C/C als Funktion der Behandlungstemperatur (Abb.2-4) ist eine Abnahme der Festigkeit auf ein Minimum nach der Karbonisierung und eine teilweise Erholung der Festigkeit nach einer weiteren thermischen Behandlung oberhalb von 1000°C [1].

Das Aussehen der Bruchfläche des karbonisierten Materials ist glatt (Sprödbbruch als Folge von Penetration der Risse in die Fasern) während nach einer zusätzlichen Wärmebehandlung oberhalb von 1000°C ein Übergang zu einem Bruchbild mit Rissabzweigungsmerkmalen auftritt.

Die Untersuchung des Einflusses der Schrumpfspannungen in der Matrix, der thermischen Spannungen infolge unterschiedlicher Wärmeausdehnungskoeffizienten und der Eigenschaftsänderung in Faser und Matrix nach der zusätzlichen Wärmebehandlung auf das Rissfortschrittsverhalten sind Gegenstand dieser Arbeit

### 2.3 Die Energiefreisetzungsrate für die Rissausbreitung

Das Rissausbreitungsverhalten von isotropen homogenen Werkstoffen kann mit Hilfe der Energiefreisetzungsrate  $G$  beschrieben werden. Dazu wird eine unendlich große Platte mit einem Riss betrachtet.

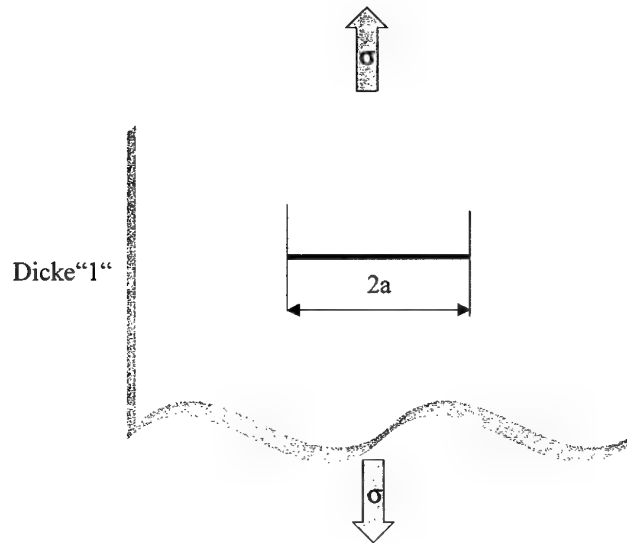


Abb.2-5: Unendliche Platte mit Riss

Gemäß Griffith [2] ändert sich die Verformungsenergie einer angerissenen zugbeanspruchten Scheibe von unendlicher Ausdehnung gemäß Abb.2-5 um den Betrag  $\Delta U_e$  mit:

$$\Delta U_e = \frac{\pi a^2 \sigma^2}{E} \quad (2-1)$$

worin  $a$  die Risslänge,  $\sigma$  die angelegte Spannung und  $E$  den Elastizitätsmodul des Werkstoffes darstellt. Zur Bildung der erweiterten Rissflächen muss die Oberflächenenergie [3] von

$$U_0 = 4a\gamma_s \quad (2-2)$$

aufgebracht werden. Hierbei ist  $\gamma_s$  die spezifische Oberflächenenergie.

Der kritische Fall der instabilen Rissausbreitung wird dann erfolgen, wenn

$$\frac{d(\Delta U_e)}{d(2a)} = \frac{d(\Delta U_0)}{2(da)} \quad (2-3)$$

Hierbei ist der Term

$$\frac{d(\Delta U_e)}{d(2a)} = G \quad (2-4)$$

die Energiefreisetzungsrate. Der Term

$$\frac{d(\Delta U_0)}{d(2a)} = R \quad (2-5)$$

stellt die Bruchenergie dar und ist der Risswiderstand, den der Werkstoff der Ausbreitung eines Risses entgegensetzt. Beim **ideal spröden Bruch** führt eine infinitesimale kleine Rissverlängerung zur Instabilität. Für diesen Fall ist die Energiefreisetzungsrate  $G$  gleich der kritischen Energiefreisetzungsrate  $G_c$ . Bei einem sich **plastisch verformenden Werkstoff** muss die angelegte Belastung erhöht werden, um eine einmal eingeleitete Rissausbreitung aufrechtzuerhalten, d.h. der Risswiderstand steigt mit der Rissverlängerung  $\Delta a$  an.

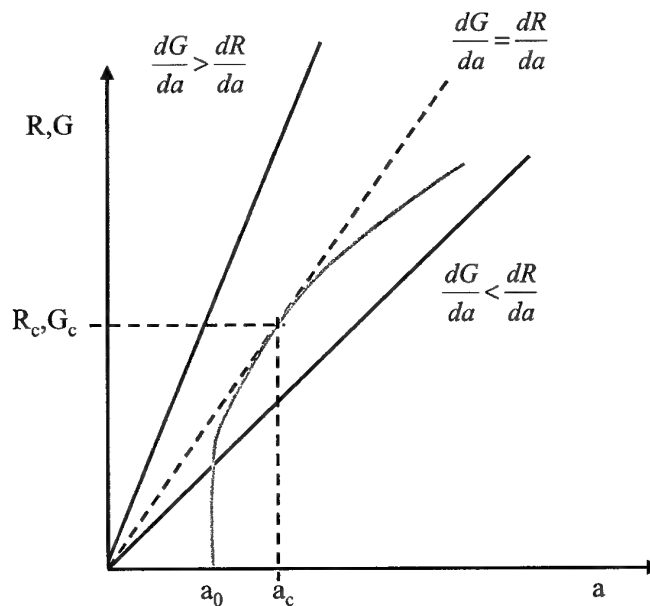


Abb.2-6: Instabiles Risswachstum [4] bei duktilen Werkstoffen



Trägt man nun  $R$  als Funktion von  $\Delta a$  gemäß Abb. 2-6 auf, so erhält man die entsprechende  $R$ -Kurve oder auch Risswiderstandskurve genannt. Solange die Energiefreisetzungsrate schwächer mit  $a$  zunimmt als der Risswiderstand bleibt der Riss stabil:

$$\frac{\partial R}{\partial a} > \frac{\partial G}{\partial a} \quad (2.6)$$

Der Übergang zur instabilen Ausbreitung findet an folgendem Punkt statt:

$$\frac{\partial R}{\partial a} = \frac{\partial G}{\partial a} \quad (2.7)$$

Das Rissausbreitungsverhalten in Faserverbundwerkstoffen ist äußerst komplex. In faserverstärkten Werkstoffen tritt generell erste Rissbildung in der Matrix auf.

Die Ermittlung der Energiefreisetzungsrate in kohlenstofffaserverstärktem Kohlenstoff muss folglich näher untersucht werden, um Aussagen über das in der Einleitung geschilderte Verhalten, ob der Riss in die Faser eindringt oder an der Faser-Matrix-Grenzfläche abzweigt, zu treffen.

## **2.4 Energiekriterium für das Bifurkationsproblem der Rissabzweigung bzw. Risspenetration**

### **2.4.1 Arten des Rissfortschrittes**

Ein Matrixriss, der auf ein Interface trifft, das sich zwischen Faser und Matrixwerkstoff befindet, kann auf zwei Arten weiterlaufen:

- a) Rissabzweigung am Interface um  $90^\circ$  („Single Deflection“) nach einer Seite
- b) Rissabzweigung am Interface um  $90^\circ$  nach zwei Seiten („Double Deflection“)
- c) Risspenetration am Interface („Penetration“)

Dieser Wettbewerb zwischen den zwei Rissfortschrittsarten wird von unterschiedlichen Faktoren beeinflusst. Eigenspannungen infolge von herstellungsbedingten Schrumpfprozessen, unterschiedliche Ausdehnungskoeffizienten, Orientierungseffekte in der Faser und Matrix (Graphitieren) können hier wesentliche Einflüsse ausüben. Abb. 2-7a bis Abb. 2-7c zeigt die unterschiedlichen Rissfortschrittsmöglichkeiten:

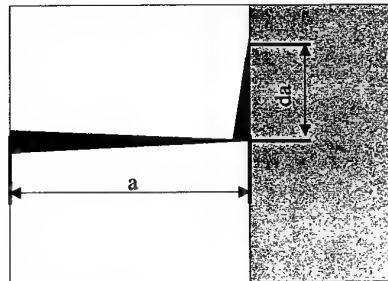


Abb.2-7a: Rissabzweigung am Interface („Single Deflection“)

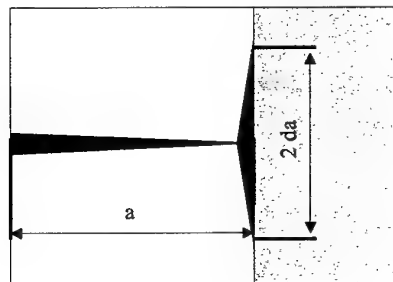


Abb.2-7b: Rissabzweigung am Interface („Double Deflection“)

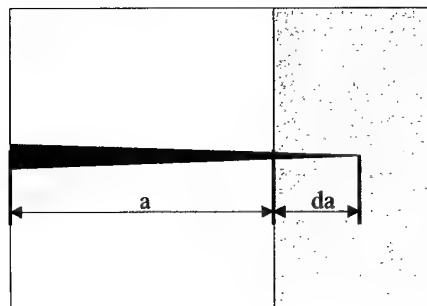


Abb. 2-7c: Penetration in die Faser („Penetration“)

## 2.4.2 Energiekriterium

Um Aussagen über das o.a. Rissfortschrittsverhalten zu erlangen, ist es notwendig, ein Kriterium für die Risserweiterung zu entwickeln. He und Hutchinson [5] haben hierzu ein Energiekriterium aufgestellt, anhand dessen Aussagen über den Rissfortschritt gemacht werden können. Gemäß He und Hutchinson [5,6] wird der Matrixriss in das Interface abzweigen („Deflection“), wenn folgende Bedingung erfüllt ist:

$$\frac{G_c^i}{G_c^f} < \frac{G_d}{G_p} \quad (2-8)$$

wobei  $G_c^i$  die Bruchenergie des Interfaces und  $G_c^f$  die Mode I Bruchenergie der Faser ist.  $G_d$  stellt die Energiefreisetzungsrate für einen abzweigenden Riss bzw.  $G_p$  die Energiefreisetzungsrate für einen Matrixriss, der in die Faser eindringt, dar.

Der nach einer Seite hin abzweigende Riss („Single Deflection“) ist im Regelfalle energetisch günstiger als der nach beiden Seiten hin abzweigende Riss („Double Deflection“), weil er zu den größten Werten von  $G_d$  führt.

Der Riss wird in die Faser eindringen (Penetration), wenn die Ungleichung nicht erfüllt wird. Die einzelnen Komponenten der Ungleichung sind für die entsprechende Faser-/Matrix-Zusammenstellungen unter den gegebenen Belastungen zu ermitteln.

Im Verlauf dieser Arbeit wird anhand verschiedener Verfahren für den kohlenstofffaserverstärkten Kohlenstoff (C/C) in Abhängigkeit von der Behandlungstemperatur die Bruchenergie  $G_c^i$  des Interfaces bzw. die Bruchenergie der Faser  $G_c^f$  ermittelt (siehe dazu auch [50]). Um die Materialeigenschaften des Interfaces zu bestimmen, wird ein Druckscherversuch ausgewertet. Zur Ermittlung der Faserbruchenergie  $G_c^f$  werden Ergebnisse aus der Literatur nach Ochiai und Osamura [7] bzw. Honjo und Shindo [8] herangezogen.

Die Energiefreisetzungsraten für abzweigende Risse  $G_d$  und Penetrationsrisse  $G_p$  werden auf unterschiedliche Arten bestimmt. Zunächst werden einige Ergebnisse aus der Literatur beschrieben. Diese Ergebnisse werden für unterschiedliche Voraussetzungen analytisch bestimmt und sind somit nur für bestimmte Fälle gültig.<sup>1</sup>

Nach ausführlicher Darstellung der diversen Theorien und analytischer Ansätze aus der Literatur werden diese miteinander verglichen. Die Ergebnisse dienen als Ausgangswerte für die Ermittlung der Werte für den kohlenstofffaserverstärkten Kohlenstoff. Um die exakten Werte für  $G_d$  und  $G_p$  zu erhalten, wird schließlich eine Finite Element Analyse durchgeführt. Damit wird das in der Einleitung beschriebene Problem charakterisiert bzw. gelöst.

---

<sup>1</sup> So ergibt sich gemäß einer analytischen Lösung nach He und Hutchinson [5,6] für das Verhältnis  $G_d/G_p$  ungefähr  $\frac{1}{4}$ , wenn Faser und Matrix aus dem gleichen homogen isotropen Material bestehen. Wenn der Elastizitätsmodul der Faser den dreifachen Wert der des Matrixwerkstoffes ist, wächst dieser Wert auf  $\frac{1}{2}$  an.

## 2.5 Gegenüberstellung von verschiedenen Theorien zur analytischen Bestimmung von $G_d/G_p$

Im folgenden werden nun Theorien gegenübergestellt, die auf analytischem Wege das Verhältnis der Energiefreisetzungsrate  $G_d/G_p$  bestimmen. In den einzelnen Abschnitten werden diese Theorien vorgestellt und zusammengefasst.

Dabei wird nun auf folgende theoretische Ansätze eingegangen:

- 1) He und Hutchinson [5] beschreiben die Rissabzweigung an einem Interface zwischen unterschiedlichen elastischen Werkstoffen. Hierbei wird sowohl von einer isotropen Faser als auch von einer isotropen Matrix ausgegangen.
- 2) Tullock, Reimanis, Graham und Petrovic [9] diskutieren Rissabzweigung und Risspenetration, wenn Faser und Matrix aus unterschiedlichen Materialien bestehen. Dabei wird eine Boundary Element Methode genutzt. Die Ergebnisse werden anschließend mit denen von He und Hutchinson verglichen.
- 3) He, Evans und Hutchinson [10] ermitteln den Einfluss von Restspannungen auf den Rissfortschritt in isotropen Werkstoffkombinationen.
- 4) Martinez und Gupta [11] erarbeiten eine Theorie zur Ermittlung eines Energiekriteriums für Rissabzweigung am Interface für Faserverbundwerkstoffe, die aus orthotropen Fasern und einer orthotropen Matrix bestehen.
- 5) Charalambides [12,13] untersucht den Einfluss von thermischen und mechanischen Lasten auf die Energiefreisetzungsrate von Faserverbunden mit spröder Matrix

## 2.6 Energiekriterium für Faserverbundwerkstoffe mit isotropen Materialkomponenten nach He und Hutchinson [5]

### 2.6.1 Rissabzweigung/Risspenetration

Im folgenden wird nun analysiert, welche Faktoren einen Einfluss auf die Risserweiterung (Penetration oder Rissabzweigung) haben. Hierbei ist besonders der Verlauf der Energiefreisetzungsrate mit zunehmender Risslänge für die beiden Risserweiterungsarten interessant. Die Entscheidung, ob ein Riss beim Auftreffen auf das Interface in die Faser eindringt oder ob er am Interface abzweigt, wird diskutiert. Im folgenden werden die unterschiedlichen Fälle von Abb. 2-7a bis 2-7c analysiert und diskutiert. Grundlage der ersten Problemstellung ist ein halbumendlicher Riss. Dieser verläuft in der Matrix und trifft in einem rechten Winkel auf das Interface. Durchdringung tritt durch eine Erweiterung des Risses in der gleichen Ebene auf (Abb. 2-7c), während Abzweigung sowohl einseitig (Abb. 2-7a) als auch zweiseitig (Abb. 2-7b) stattfinden kann.

Die isotrope Faser bzw. die isotrope Matrix wird durch den Schubmodul  $\mu_i$  und die Querkontraktionszahl  $\nu_i$  charakterisiert, wobei der Index  $i$  für 1 und damit für die Faser bzw. 2 für die Matrix steht. Für den ebenen Dehnungszustand hängt die Lösung von den Materialparametern, den sogenannten Dundursparameter  $\alpha$  und  $\beta$  [14], ab:

$$\alpha = \frac{\mu_1(1-\nu_2) - \mu_2(1-\nu_1)}{\mu_1(1-\nu_2) + \mu_2(1-\nu_1)} \quad (2-9)$$

$$\beta = \frac{\mu_1(1-2\nu_2) - \mu_2(1-2\nu_1)}{\mu_1(1-\nu_2) + \mu_2(1-\nu_1)} \quad (2-10)$$

Der Parameter  $\alpha$  wird in der englischsprachigen Literatur als „elastic mismatch“ bezeichnet.

### 2.6.2 Herleitung der Energiefreisetzungsrate eines Matrixrisses für Abzweigen am Interface oder Eindringen in die Faser

Als erster und häufigster Fall soll die Energiefreisetzungsrate für das Eindringen eines Matrixrisses in die Faser (Abb.2-7c) bzw. das Abzweigen um  $90^\circ$  (einfach gemäß Abb. 2-7a oder doppelt gemäß Abb.2-7b) theoretisch hergeleitet werden.

Hierbei wird von einem halbumendlichen Riss, dessen Spitze am Interface anstößt, ausgegangen. Die Risserweiterung  $a$  ist somit gleich 0.

Eine symmetrische Last wird in Bezug auf die Rissebene angenommen. Die Spannungsverteilung an der Rissspitze in der Faser (Material 1) wird charakterisiert durch

$$\sigma_{xx}(0, y) = k_I (2\pi y)^{-\lambda} \quad (2-11)$$

Hierbei ist der Amplitudenfaktor  $k_I$  proportional zu der angenommenen Last.

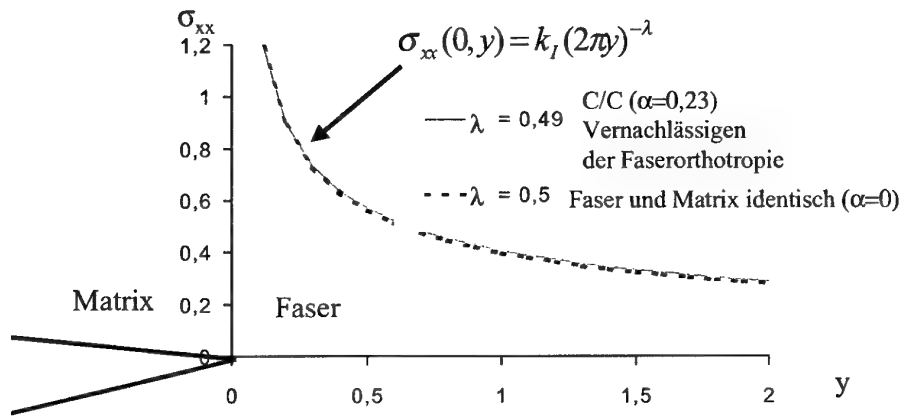


Abb.: 2-8 Spannungen an der Rissspitze

Der Exponent der Spannungssingularität  $\lambda$  ist reell und hängt von den elastischen Konstanten  $\alpha$  und  $\beta$  gemäß Zak und Williams [15] wie folgt ab:

$$\cos \lambda \pi = \frac{2(\beta - \alpha)}{1 + \beta} (1 - \lambda)^2 + \frac{\alpha + \beta^2}{1 - \beta^2} \quad (2-12)$$

Anhand dieser Gleichung ergibt sich unter Vernachlässigung der Orthotropie der Kohlenstofffaser mit  $\alpha=0.23$  ein  $\lambda$  von 0,49. Für Faserverbundwerkstoffe, bei denen Faser und Matrix aus identischem Material bestehen, ergibt sich mit  $\alpha=0$  ein  $\lambda$  von 0,5.

Es wird angenommen, dass der Bezugsriss, wie in Abb. 2-7a bis 2-7c gezeigt, auf drei verschiedene Arten fortschreitet:

- 1) Abzweigen nach Auftreffen auf das Interface für einfaches Abzweigen gemäß Abb. 2-7a und für doppeltes Abzweigen gemäß Abb. 2-7b
- 2) Durchstoßen des Interfaces (Penetration) gemäß Abb. 2-7c

Aus der Gleichung. 2-12 ist ersichtlich, dass die Größe der Spannungssingularität von der Steifigkeit der beteiligten Materialien abhängt. Wenn ein Riss von einem Medium in ein zweites steiferes eindringt ( $\alpha > 0$ ), sinkt die Spannungssingularität. Im umgekehrten Fall steigt die Größe der Spannungssingularität an. Die nächsten Abschnitte behandeln die Ermittlung der Energiefreisetzungsraten für die o.a. drei Fälle.

### 2.6.3 Eindringen in die Faser nach Durchstoßen des Interfaces

Im Fall des Durchstoßens des Interfaces gemäß Abb. 2-7c wird der Spannungszustand an der fortschreitenden Risspitze mit einfacher Mode I Bedingung beschrieben. Der Spannungsintensitätsfaktor hängt daher wie folgt von  $k_I$  und  $a$  ab:

$$K_I = c(\alpha, \beta) k_I a^{1/2-\lambda} \quad (2-13)$$

wobei  $c$  dimensionslos ist. Die Energiefreisetzungsrates ergibt sich zu:

$$G_p = \frac{1-\nu_1}{2\mu_1} K_I^2 = \frac{1-\nu_1}{2\mu_1} c^2 k_I^2 a^{1-2\lambda} \quad (2-14)$$

### 2.6.4 Energiefreisetzungsrates bei Abzweigen des Matrixrisses am Interface (Deflection)

Im Fall des Abzweigen am Interface ergibt sich für Abb. 2-7a und 2-7b die Spannungsverteilung am Interface unmittelbar vor der Spitze nach Rice [16] wie folgt:

$$\sigma_{yy}(x,0) + i\sigma_{xy}(x,0) = (K_1 + iK_2)(2\pi r)^{-1/2} r^{i\varepsilon} \quad (2-15)$$

mit  $r=x-a$ ,  $i=\sqrt{-1}$  und

$$\varepsilon = \frac{1}{2\pi} \ln \frac{1-\beta}{1+\beta} \quad (2-16)$$

In diesem Fall führen weitere Überlegungen zu:

$$K_1 + iK_2 = k_I a^{1/2-\lambda} [d(\alpha, \beta) a^{i\varepsilon} + e(\alpha, \beta) a^{-i\varepsilon}] \quad (2-17)$$



Hierbei sind  $d$  und  $e$  dimensionslose komplexe Funktionen der elastischen Konstanten  $\alpha$  und  $\beta$ , die sich aus der Lösung der Integralgleichung ergeben. Auf diese soll hierbei jedoch nicht näher eingegangen werden. Die Energiefreisetzungsrate für Rissabzweigung (deflection) ist:

$$G_d = [(1 - \nu_1) / \mu_1 + (1 - \nu_2) / \mu_2] (K_1^2 + K_2^2) / (4 \cosh^2 \pi \varepsilon) \quad (2-18)$$

$$K_1^2 + K_2^2 = k_1^2 a^{1-2\lambda} [|d|^2 + |e|^2 + 2R_e(de)] \quad (2-19)$$

### 2.6.5 Grenzwertbetrachtung in der Nähe des Interfaces

In jedem der drei Fälle (Abb. 2-7a bis 2-7c) geht die Energiefreisetzungsrate<sup>2</sup> mit  $a \rightarrow 0$  in Abhängigkeit von dem Exponent der Spannungssingularität ( $\lambda$  kleiner oder größer als  $\frac{1}{2}$ ) gegen 0 bzw. gegen unendlich. Die Abhängigkeit der Energiefreisetzungsrate  $G$  von  $a$  ist sehr gering, da  $\lambda$  nur leicht von  $\frac{1}{2}$  abweicht (siehe Gleichung 2-12). Lediglich für kleine Werte von  $\alpha$  ( $\alpha < 0,7$ ) weicht  $\lambda$  bedeutend von  $\frac{1}{2}$  ab. Im Bereich des Interfaces konvergiert die Energiefreisetzungsrate nach dieser Betrachtung folglich nicht in einem bestimmten Wert, wenn  $\lambda$  stark von  $\frac{1}{2}$  abweicht.

### 2.6.6 Ermitteln des Verhältnisses $G_d/G_p$ aus den beiden Energiefreisetzungsraten

Um im Laufe der Arbeit Aussagen zu machen, welchem Verlauf der Matrixriss nach Erreichen des Interfaces folgt, ist es notwendig, das Verhältnis aus den entsprechenden Energiefreisetzungsraten zu bestimmen. Ermittelt man dieses nun unter o.a. Voraussetzungen, so ergibt sich, dass das Verhältnis  $G_d/G_p$  unabhängig von  $a$  ( und  $k_I$ ) ist:

$$\frac{G_d}{G_p} = \left[ \frac{(1 - \beta^2)}{(1 - \alpha)} \right] [|d|^2 + |e|^2 + 2R_e(de)] / c^2 \quad (2-20)$$

<sup>2</sup> In der späteren FEM-Berechnung ist dies zu berücksichtigen. Die Modellierung eines Rissfortschrittes in der Nähe des Interfaces wird somit ebenso keinen absoluten bzw. mathematischen Grenzwert für die Energiefreisetzungsrate  $G_d$  oder  $G_p$  bringen. Da gemäß Gleichung 2-12 der Exponent  $\lambda$  nur unwesentlich von  $\frac{1}{2}$  für das betrachtete Material abweicht, kann aus physikalischen Überlegungen heraus [17] trotzdem bei einer diskreten Annäherung an das Interface ein Wert für  $G_d$  und  $G_p$  festgelegt werden. Aus diesen beiden Werten ist es dann zulässig das Verhältnis  $G_d/G_p$  zu bestimmen. Im folgenden wird zusätzlich auch mathematisch gezeigt, dass für das Verhältnis der Energiefreisetzungsrate  $G_d/G_p$  ein Grenzwert existiert, da hierbei keine Abhängigkeit von  $a$  bzw.  $\lambda$  vorhanden ist.

Mit Hilfe dieses Verhältnisses (Gleichung 2-20) kann nun bestimmt werden, ob ein Matrixriss sich durch Abzweigen an der Faser-Matrix-Grenzfläche oder durch Eindringen in die Faser erweitert. Die Funktion  $c(\alpha, \beta)$  für den Fall des Eindringens und  $d(\alpha, \beta)$  und  $e(\alpha, \beta)$  für die zwei Fälle des abzweigenden Risses (deflection) ermitteln sich aus der Lösung von Integralgleichungen.

Die Abb. 2-9 zeigt das Verhältnis  $G_d/G_p$  in Abhängigkeit von  $\alpha$  für  $\beta = 0$ . Positive  $\alpha$ -Werte bedeuten eine höhere Steifigkeit der Faser gegenüber der Steifigkeit der Matrix.

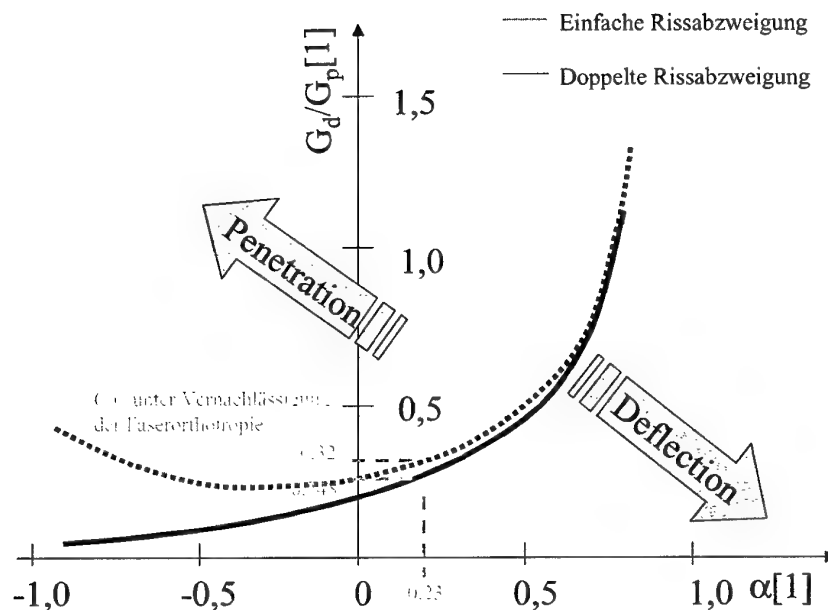


Abb.2-9: Verhältnis der Energiefreisetzungsraten in Abhängigkeit von  $\alpha$

Da der Einfluss von  $\beta$  auf das Verhältnis der Energiefreisetzungsraten nicht besonders groß ist, wurde  $\beta=0$  gesetzt, was für die meisten Materialkombinationen angenommen werden kann. Die roten Markierungen geben an, welcher Wert des Energiefreisetzungsratenverhältnisses  $G_d/G_p$  für den kohlenstofffaserverstärkten Kohlenstoff unter Vernachlässigung der Faserorthotropie ermittelt werden kann.

### **2.6.7 Zusammenfassung der Theorie von He und Hutchinson**

He und Hutchinson [5] ermitteln mit Hilfe eines theoretischen Ansatzes heraus Werte für das Energiefreisetzungsratenverhältnis  $G_d/G_p$ . Dieses Verhältnis kann jedoch nur für Materialkombinationen aus isotropen Werkstoffen, wie z.B. Glasfaser/Epoxy, verwendet werden. Lediglich unter Vernachlässigung der Orthotropie der Kohlenstofffaser können Anhaltswerte für das Energiefreisetzungsratenverhältnis von kohlenstofffaserverstärktem Kohlenstoff gewonnen werden.

Anhand der Grenzwertbetrachtung gemäß Abschnitt 2.6.5 muss man für die spätere FEM-Analyse berücksichtigen, dass es bei der Annäherung des Risses an das Interface keinen Grenzwert für die Energiefreisetzungsrate (außer null und unendlich) gibt. Lediglich für den Quotienten besteht ein Grenzwert. Die Annäherung des Risses mit beliebigem inkrementellem Rissfortschritt  $\Delta a$  ist somit unnötig. Es muss daher bei der Wahl des inkrementellen Rissfortschrittes im Bereich des Interfaces ein Kompromiss bezüglich physikalisch sinnvoller Größen und numerischer Genauigkeit bestimmt werden.

## 2.7 Ermitteln der Energiefreisetzungsrate mit Hilfe einer Boundary Element Methode nach Tullock, Reimanis, Graham und Petrovic [9]

### 2.7.1 Allgemeines

Die bisherigen analytischen Techniken zielten auf Studien ab, die die Interaktion zwischen Riss und Interface untersuchten, wobei der Riss als eine kontinuierliche Verteilung von Verschiebungen entlang einer halbinendlichen Strecke gesehen wurde. Die analytischen Methoden, die in den bisher vorgestellten Verfahren benutzt wurden, waren bezüglich der gewählten Modellgeometrie und der Modellierung von infinitesimalen Rissen stark eingeschränkt. Dadurch war es nicht möglich, geometrische Einflüsse beispielsweise die Verstärkungsgeometrie, die Orientierung von Fasern oder die Variation des Faservolumengehaltes einfließen zu lassen. Dies führt dazu, dass es einer besonderen Analyse bedarf, mit der schwierige Modellgeometrien und andere Randbedingungen berücksichtigt werden können. Die o.a. Autoren wählten hierzu im Gegensatz zu meiner noch ausstehenden Finiten Element Berechnung (FEM) als Ansatz die Boundary Element Methode (BEM), die sich für elastisches Material eignet.

Die BEM formuliert die Ausgangsdifferentialgleichungen in ein System um, das aus Integralgleichungen besteht. Dieses System ist auf dem Rand definiert. Daraus ergibt sich ein System von niedriger Ordnung, wobei die numerische Lösung und die Vernetzung mit geringem Aufwand verbunden ist.

Im folgenden wird die Boundary Element Methode (BEM) genutzt, um Aussagen über das Rissfortschrittsverhalten bezüglich Risserweiterung in die Faser oder Risserweiterung ins Interface gegeben.

### 2.7.2 Aufstellen der Grundgleichungen

Ausgehend von einer statischen und isothermen Deformation eines elastischen Kontinuums  $D$  mit dem Rand  $S$  und den Lamé-Konstanten  $\lambda$  und  $\mu$  werden die Naviergleichungen als relevante Feldgleichungen aufgestellt. Sie werden wie folgt bestimmt:

$$\nabla \sigma = 0; \sigma = \lambda \nabla u + \mu (\nabla u + \nabla u^T), x \in D \quad (2-21)$$

wobei  $\sigma$  der Cauchy Spannungstensor und  $u$  der Verschiebungsvektor ist.  $1$  ist der Identitätstensor und der Index  $T$  bestimmt die Transponierte.

### 2.7.3 Die Boundary Element Methode

Im folgenden soll nun nur kurz auf die BEM eingegangen werden, da diese nur als Vergleich bzw. Bestätigung der von He und Hutchinson [5] erzeugten Ergebnisse herangezogen wird. Eine komplette Ableitung ist daher hier nicht erforderlich. Es wird nur eine kurze Zusammenfassung gegeben. Ausgehend von Betti's reziprokem Arbeitstheorem kann mit  $x \rightarrow S$  das Verschiebungsfeld wie folgt ermittelt werden:

$$c_{ij}(x)u_j(x) = \int_S u_{ij}^*(x,y)t_j(y)dS(y) - \int_S t_{ij}^*(x,y)u_j(y)dS(y) \quad (2-22)$$

wobei  $y \in S$ ,  $u_j(y)$  und  $t_j(y)$  die  $j$ -Komponenten der Verschiebungen und Haftungen bei  $y$  sind.  $u_{ij}^*(x,y)$  ist die  $i$ -Komponente der Verschiebungen bei  $x$ , was durch eine Einheitskraft in  $j$ -Richtung bei  $y$  verursacht wird und  $t_{ij}^*(x,y)$  ist die damit zugeordnete Haftung.  $c_{ij}(x)$  ist abhängig von der Lage von  $x$  und der lokalen Geometrie und wird wie folgt bestimmt:

$$c_{ij} = \begin{cases} \frac{1}{2}\delta_{ij} & x \in S \\ \delta_{ij} & x \in D - S \end{cases} \quad (2-23)$$

Gleichung 2-22 und 2-23 sind als Basis für die sogenannten direkten Boundary Element Methode zu sehen, die in diesem Abschnitt angesprochen wird. Ausdrücke für die fundamentale Lösung  $u_{ij}^*(x,y)$  und  $t_{ij}^*(x,y)$  werden in der Literatur gegeben. Die BEM kann stückweise zu einem kontinuierlichen Gebiet (Domäne) aufgeweitet werden, wobei jedes Untergebiet (Subdomäne) unterschiedliche aber homogene Materialeigenschaften haben kann. Durch Anwendung von Gleichung 2-22 auf jedes Untergebiet und Ausformulierung der Interfacebedingungen, um die zusätzlichen Unbekannten zu eliminieren, wird ein komplettes System von Gleichungen aufgestellt, um die Lösungen des Randwertproblems zu erhalten. Für ein perfektes Interface ergibt sich aufgrund der Kontinuität der Verschiebungen und Gleichgewichtsbedingungen am Interface:

$$u^I = u^{II} \quad (2-24)$$

$$t^I = t^{II} \quad (2-25)$$

Hierbei beziehen sich die Indizes auf das individuelle Untergebiet (Subdomäne).

Reibungseffekte am Interface können ebenso eingeschlossen werden, wie spezielle Abhängigkeiten zwischen den Interfaceverschiebungen und der Haftung. Nun wird auf die numerische Implementierung eingegangen.

#### 2.7.4 Numerische Implementierung

Analytische Lösungen der Boundary Integralgleichung 2-22 sind nicht vollständig durchführbar, ausgenommen für einfache Gebiete und Randbedingungen. Lediglich eine Näherung für die Gleichung 2-22 kann hier erfolgen. In der ersten Stufe der BEM wird der Rand in eine Serie von M-Elementen eingeteilt, in denen Geometrie, Geschwindigkeit und Haftung durch stückweise Polynome angenähert werden. In der hier vorliegenden Literaturstelle werden lineare quadratische Element genutzt, um die Geometrie zu erzeugen. Über diesen Elementen wird die Haftung und Verschiebung als jeweils konstant angenommen. Die Boundary Integralgleichung ist dann wie folgt diskretisiert:

$$c_{ij}(x)u_j(x) = \sum_{q=1}^M \left\{ \left( \int_{S_q} u_{ij}^*(x, y) dS(y) \right) u_j^q - \left( \int_{S_q} t_{ij}^*(x, y) dS(y) \right) t_j^q \right\} \quad (2-26)$$

Die Anwendung der Gleichung auf eine Serie von bestimmten Punkten auf S führt zu einer Serie von linearen algebraischen Gleichungen, die für die übrigen Randwerte gelöst werden können.

#### 2.7.5 Ermittlung der Dehnungsenergiefreisetzungsrates

Für die Anwendung der BEM stehen grundsätzlich zwei Methoden zur Ermittlung der Energiefreisetzungsrates zur Verfügung:

- 1) die sogenannte differentielle Energiefreisetzungsmethode
- 2) die Ermittlung der Energiefreisetzungsrates nach Kaninen [30]

Die **differentielle Energiefreisetzungsmethode** beruht auf der direkten Berechnung der Dehnungsenergiefreisetzungsrates:

$$G = \frac{\partial U}{\partial A} \quad (2-27)$$

$$G = \frac{U_2 - U_1}{\Delta A} + O(\Delta a) \quad (2-28)$$

Hierbei ist  $U$  die Dehnungsenergie des Systems und  $A$  ist die Oberfläche des Risses. Die zweite Gleichung ist eine numerische Implementierung einer Definition, wie sie aus einem System vor und nach dem Rissfortschritt extrahiert wird. Der Rissfortschritt beträgt dabei  $\Delta a$  und erzeugt dabei eine Änderung der Oberfläche mit  $\Delta A$ . In der Praxis wird die inkrementelle Risslänge solange reduziert, bis  $G$  konstant ist.

Bei der **Methode nach Kaninen [30]** wird die Energiefreisetzungsrate als Arbeitsterm formuliert, der aufgewendet werden muss, um den Riss wieder zu schließen:

$$G = \lim_{\Delta a \rightarrow 0} \frac{1}{2\Delta a} \int_0^{\Delta a} t^{(1)} \Delta u^{(2)} da \quad (2-29)$$

wobei  $t^{(1)}$  die Kraft entlang der Risserweiterung der Länge  $\Delta a$  ist, nachdem der Riss geschlossen wurde, und  $\Delta u^{(2)}$  die Rissöffnungsverschiebung des Risses ist, bevor dieser geschlossen wurde. Für die Anwendung der Boundary Element Methode wird die Methode des Risssschließens angewendet, da diese monoton konvergiert und numerisch als recht stabil erwiesen hat.

### 2.7.6 Durchführung der Boundary Element Methode

Bei der Diskretisierung wurden die acht nächsten Elemente die radial von der Ursprungsrissspitze positioniert sind, mit einer konstanten Länge angenommen.

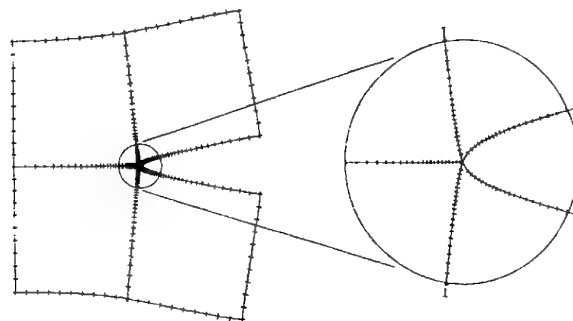


Abb.2-10: Diskretisierung des Rissfortschrittes mit Hilfe der BEM

Diese Elemente werden genutzt, um die Dehnungsenergiefreisetzungsrates mit Hilfe der Gleichung 2-29 zu bestimmen. Die sich anschließenden Elemente haben gemäß Abb. 2-10 unterschiedliche Größen. Die Abb. 2-11 vergleicht die Werte von He und Hutchinson [5] mit denen aus der BEM gemäß Tullock und Petrovic [9] errechneten.

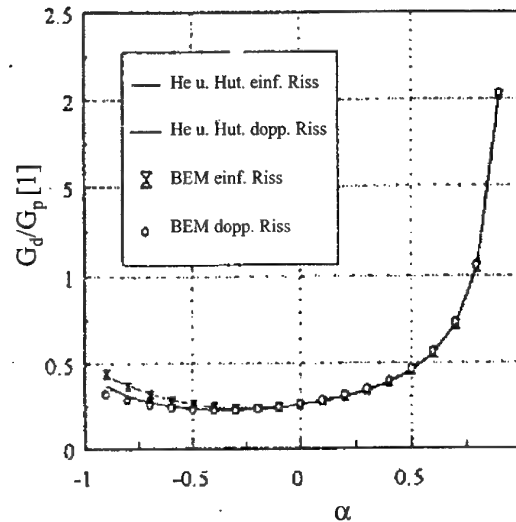


Abb.2-11: Vergleich des Energiefreisetzungsratesverhältnisses für einfache und doppelte Rissabzweigung am Interface gemäß He und Hutchinson [5] und Tullock et al.[9]

### 2.7.7 Zusammenfassung der Rechnungen von Tullock, Reimanis, Graham und Petrovic

Anhand der Analyse zeigt sich, dass die BEM-Methode die analytischen Berechnungen von He und Hutchinson bestätigt. Gemäß Tullock und Petrovic [9] ist die BEM eine gute Methode, um Energiefreisetzungsrates zu ermitteln. Im Verlauf dieser Arbeit wird als numerisches Lösungsverfahren die Finite Element Methode verwendet. Hierzu muss allerdings noch anhand von bekannten Lösungen in Analogie zu den o.a. Rechnungen geprüft werden, ob diese sich ebenfalls für die Ermittlung der Energiefreisetzungsrates eignet.



## 2.8 Rissabzweigung an einem Interface unter Berücksichtigung des Einflusses von Restspannungen nach He, Evans und Hutchinson [10]

### 2.8.1 Einleitung

In den bisher vorgestellten analytischen Ansätzen wurden Verbundwerkstoffe betrachtet, deren Faser und Matrix isotrope Eigenschaften haben. Hierbei wurde ausschließlich die Abhängigkeit von  $G_d/G_p$  vom Dundursparameter [14]  $\alpha$  betrachtet, ohne jedoch jegliche Restspannungen zu berücksichtigen. Im folgenden wird nun ein analytischer Ansatz diskutiert, der auch Restspannungen, die sich aus der axialen Komponente  $\sigma_t$  und der Querkomponente  $\sigma_n$  gemäß Abb. 2-12 zusammensetzen, berücksichtigt.

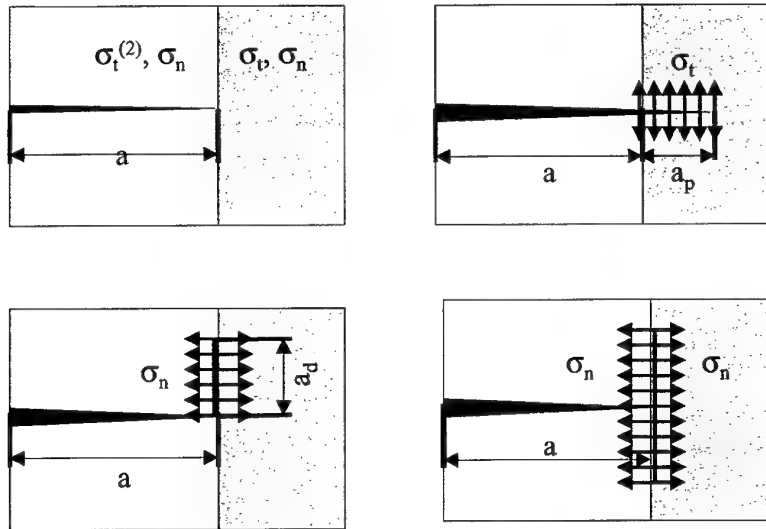


Abb.2-12: Spannungen  $\sigma_t$  und  $\sigma_n$  in der Rissebene

Hierzu werden zwei zusätzliche dimensionslose Parameter eingeführt:

$$\eta_n = \frac{\sigma_n a_d^\lambda}{k_I} \quad (2-30)$$

$$\eta_t = \frac{\sigma_t a_p^\lambda}{k_I} \quad (2-31)$$

Hierbei ist  $a$  die Länge des Rissfortschrittes, die entweder entlang am Interface mit  $a_d$  oder in der Faser mit  $a_p$  bezeichnet werden.  $\lambda$  ist der Exponent der Spannungssingularität für den Hauptriss. Die Variable  $k_1$  ist ein Faktor, der proportional zu dem entsprechenden Spannungsfeld im ungestörten Bereich ist. Die Auswirkungen dieser Parameter auf das weitere Verhalten von Matrixrissen wird nun diskutiert. Auch hier wird wieder betrachtet, ob ein Riss zum Faserbruch führt oder lediglich ins Interface abzweigt. Neben den Dundursparametern  $\alpha$  und  $\beta$  wird auch hier wieder  $\epsilon$  in Abhängigkeit von  $\beta$  gemäß Gleichung 2-16 eingeführt.

### 2.8.2 Spannungsintensitätsfaktoren und Energiefreisetzungsrate

Der Hauptriss wird als halbumendlicher Riss angenommen, der senkrecht zum Interface verläuft und dessen Risspitze am Interface anstößt. Die Spannungen  $\sigma_{xx}$  im Material unmittelbar vor dem Riss (in der Faser) werden nach Gleichung 2-11 charakterisiert. Wie von He und Hutchinson [5] bereits diskutiert, wird angenommen, dass der Rissfortschritt des Rissastes ( $a_p$  oder  $a_d$ ) klein im Vergleich zur Länge des Hauptrisses (Matrixrisses) ist. Im Fall der Risspenetration ist der Spannungszustand an der fortschreitenden Spitze die Folge einer Mode I-Belastung. Der Spannungsintensitätsfaktor  $K$  hängt dann von  $k_1$ ,  $a_p$  und den Restspannungen parallel am Interface  $\sigma_i$  wie folgt ab:

$$K_1 = c(\alpha)k_1a_p^{\frac{1}{2}-\lambda} + h(\alpha)\sigma_i a_p^{\frac{1}{2}} \quad (2-32)$$

Hierbei sind  $c$  und  $h$  dimensionslose Funktionen von den Dundursparametern  $\alpha$  und  $\beta$ . Um die Anzahl der Parameter in den derzeitigen Ergebnissen zu reduzieren, wird ausschließlich der Einfluss von  $\alpha$  für  $\beta=0$  untersucht.

Die **Energiefreisetzungsrate des Penetrationsrisses** ergibt sich zu:

$$G_p = \frac{1-\nu_1}{2\mu_1} K_1^2 = \frac{1-\nu_1}{2\mu_1} \left[ c^2 k_1^2 a_p^{1-2\lambda} + 2ch k_1 \sigma_i a_p^{1-\lambda} + h^2 \sigma_i^2 a_p \right] \quad (2-33)$$

Für **abzweigende Risse** sind die Spannungen am Interface direkt vor der rechten Risspitze nach Rice [16] wie folgt charakterisiert:

$$\sigma_{yy}(x,0) + i\sigma_{xy}(x,0) = (K_1 + iK_2)(2\pi r)^{-\frac{1}{2}} r^{i\epsilon} \quad (2-34)$$

wobei  $r=x-a$ . Mit  $\beta=0$  können  $K_1$  und  $K_2$  als konventionelle Mode I und Mode II Spannungsintensitätsfaktoren behandelt werden, sodass:

$$\begin{aligned} \sigma_{yy} &= K_1(2\pi r)^{-\frac{1}{2}} \\ \sigma_{xy} &= K_2(2\pi r)^{-\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (2-35)$$

Durch Betrachtungen analog zu He und Hutchinson [5] müssen  $K_1$  und  $K_2$  von  $k_I$ ,  $a$  und den in der Ebene senkrecht zum Interface liegenden Restspannungen  $\sigma_n$  gemäß

$$K_1 + iK_2 = k_I a_d^{\frac{1-\lambda}{2}} d(\alpha) + \sigma_n a_d^{\frac{1}{2}} g(\alpha) \quad (2-36)$$

abhängen. Die Parameter  $d$ ,  $g$  und  $h$  sind dimensionslose komplexe Funktionen von  $\alpha$ , auf deren Herleitung nicht weiter eingegangen wird. Die Spannungskomponente  $\sigma_t$  besitzt keinen Einfluss auf  $K_1$  und  $K_2$ , solange sie parallel zum Rissfortschritt wirkt. Die Energiefreisetzungsrate beträgt dann an der Spitze des **abzweigenden Risses**:

$$G_d = \frac{1}{\bar{E}_*} \left\{ k_I^2 a_d^{1-2\lambda} |d|^2 + k_I \sigma_n a_d^{(1-\lambda)} (\bar{d}g + \bar{g}d) + |g|^2 \sigma_n^2 a_d \right\} \quad (2-37)$$

$\bar{E}_*$  ist gegeben durch:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\bar{E}_*} &= \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{\bar{E}_1} + \frac{1}{\bar{E}_2} \right] (1 - \beta^2) \\ &= \frac{1 - \beta^2}{(1 - \alpha) \bar{E}_1} \end{aligned} \quad (2-38)$$

Das Verhältnis  $G_d/G_p$  ergibt sich zu:

$$\frac{G_d}{G_p} = \frac{|d|^2 + \eta_n(d\bar{g} + \bar{d}g) + \eta_n^2|g|^2}{[c^2 + 2\eta_t ch + \eta_t^2 h^2](1-\alpha)} \left(\frac{a_d}{a_p}\right)^{1-2\lambda} \quad (2-39)$$

Das Verhältnis der Energiefreisetzungsraten hängt damit nur von den dimensionslosen Parametern  $\alpha$ ,  $\eta_t$ ,  $\eta_n$ , und  $a_d/a_p$  ab.

Die Lösungen der analytischen Gleichungen bzw. die Bestimmung der Unbekannten soll hier nicht beschrieben werden. Sie erfolgte anhand einer Finiten Element Methode unter Aufbringen der entsprechenden Spannungen. Das Verhältnis  $G_d/G_p$  für  $a_p=a_d$  wird im folgenden als Funktion von  $\alpha$ ,  $\eta_t$  und  $\eta_n$ , wobei  $G_d$  für den einfach abzweigenden Riss ermittelt wurde, dargestellt. Die Abb. 2-13 bis 2-15 zeigen die Abhängigkeiten für die Sonderfälle  $\eta_t=0, 0,1$  und  $-0,1$  als Funktion von  $\eta_n$  und  $\alpha$ .

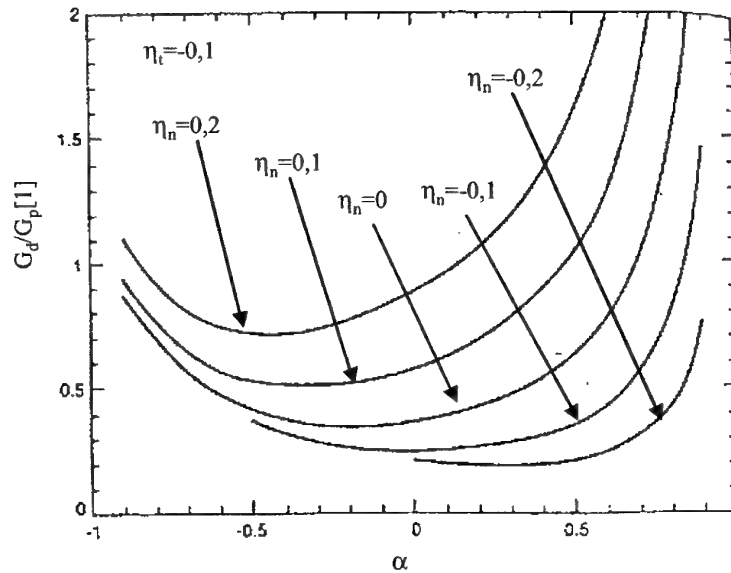


Abb.2-13: Energiefreisetzungsratenverhältnis als Funktion von  $\alpha$  in Abhängigkeit von  $\eta_n$  für

$\eta_t = -0,1$

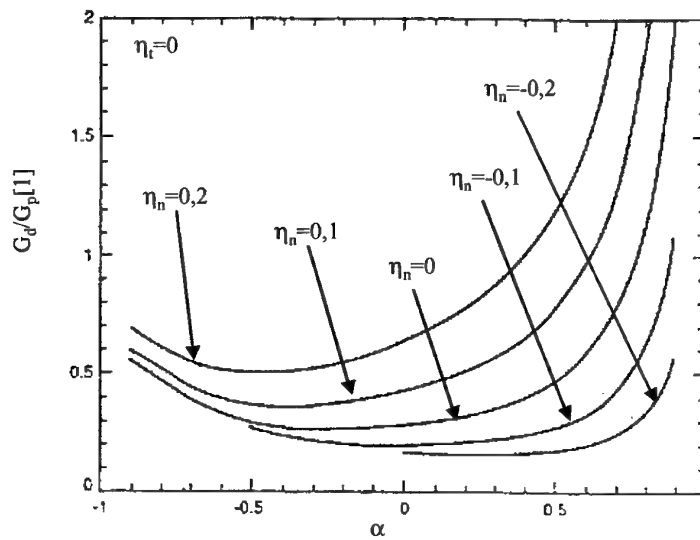


Abb.2-14: Energiefreisetzungsratenverhältnis als Funktion von  $\alpha$  in Abhängigkeit von  $\eta_n$  für  $\eta_t = 0$

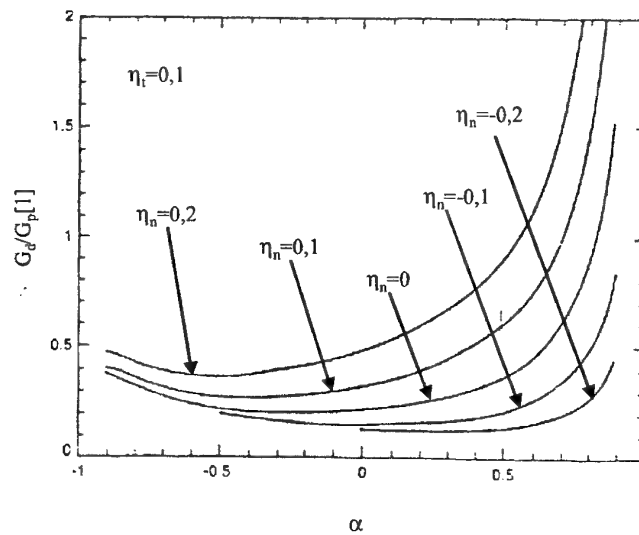


Abb.2-15: Energiefreisetzungsratenverhältnis als Funktion von  $\alpha$  in Abhängigkeit von  $\eta_n$  für  $\eta_t = 0,1$

Auffallend ist, dass bei negativem  $\sigma_n$ , d.h. das Interface unterliegt einer Druckbeanspruchung, die Energiefreisetzungsratenverhältnisse kleiner werden, was auf eine Tendenz zur Penetration des Matrixrisses in die Faser hindeutet. Positive Werte von  $\sigma_n$  und damit positives  $\eta_n$  (Zugbeanspruchung im Interface) erzeugen ein großes  $G_d/G_p$ -Verhältnis, was zu Rissabzweigen führt.

### 2.8.3 Zusammenfassung der analytischen Lösung für Restspannungsbehaftete Faser-Matrix-Kombinationen

Anhand der Restspannungen, die sich entlang des Defektes am Interface  $a_d$  und in der Faser  $a_p$  ermitteln, können die Beiwerte  $\eta_t$  und  $\eta_n$  bestimmt werden. Aufgrund dieser Beiwerte wird von He, Evans und Hutchinson [10] eine Analyse durchgeführt, die einen signifikanten Einfluss der Restspannungen zeigt, wenn diese in dem unmittelbaren Bereich des fortschreitenden Rissastes  $a_p$  oder  $a_d$  auftreten. Für die verwendete Materialkombination (Dundursparameter  $\alpha$ ) wird das Energiefreisetzungsratenverhältnis in Abhängigkeit von den entsprechenden Beiwert ermittelt. Durch die Kenntnis der Bruchenergie der Faser bzw. des Interfaces kann ermittelt werden, ob der Riss im Penetrationsgebiet oder im Debondinggebiet liegt.

Der Einfluss der Restspannungen auf  $G_d/G_p$  des kohlenstofffaserverstärkten Kohlenstoffs wird in einer FE-Analyse in dieser Arbeit analysiert.

## 2.9 Energiekriterium für eine Rissabzweigung an einem Interface zwischen zwei orthotropen Medien gemäß Gupta und Martinez [11]

Wie bereits erwähnt sind die bisherigen analytischen Ansätze nur für Faserverbundwerkstoffe anwendbar, die aus isotropen Fasern und isotroper Matrix bestehen. Ihre Anwendung auf den dieser Arbeit zugrundeliegenden kohlenstofffaserverstärkten Kohlenstoff ist somit nur beschränkt möglich. Die Autoren Gupta und Martinez [11,19] haben jedoch einen theoretischen Ansatz aufgestellt, mit dem Rissabzweigen und Penetration in anisotropen Werkstoffen beschrieben werden kann. Im folgenden wird dieser Ansatz im wesentlichen beschrieben.

### 2.9.1 Allgemeines

Auch für Faserverbundwerkstoffe mit orthotropen Materialkomponenten wird wieder von zwei grundsätzlichen Möglichkeiten des Rissfortschritts eines Matrixrisses ausgegangen. Der Riss kann entweder in die Faser fortschreiten oder er kann entlang des Interfaces abzweigen. Die Art und Weise des Rissfortschritts kann mit Hilfe von zwei Kriterien vorausgesagt werden:

- Auf der Grundlage der Spannungen an der lokalen Rissspitze
- Aufgrund des Unterschiedes in der Rissenergie entlang eines möglichen Risspfades

Gemäß des Spannungskriteriums wird der Riss entlang des Interfaces abzweigen, wenn folgende Beziehung gilt:

$$\frac{\sigma_i^*}{\sigma_f^*} < \frac{\sigma_{yy}(0^\circ)}{\sigma_{xx}(90^\circ)} \quad (2-40)$$

wobei  $\sigma_i^*$  und  $\sigma_f^*$  die Interface bzw. die Faserfestigkeit ist und  $\sigma_{yy}(0^\circ)$  und  $\sigma_{xx}(90^\circ)$  die Spannungen im Interface und in der Faser darstellen, welche durch die Lösung von Integralgleichungen nach Gupta [19] berechnet werden können. Die Analyse setzt Anisotropie in Faser und Matrix voraus und ist deshalb für kohlenstofffaserverstärkten Kohlenstoff (C/C) von Interesse. Das oben beschriebene Kriterium ist für die Materialentwicklung von Bedeutung, da es festlegt, welche Interface- und Fasereigenschaften für ein positives Schädigungsverhalten (Rissabzweigen) zu realisieren sind.

Neben diesem Spannungskriterium haben Gupta und Martinez ein Energiekriterium für die Rissentwicklung in Verbundwerkstoffen mit orthotropen Komponenten entwickelt.

Dieses fordert wiederum, dass die Energiefreisetzungsrate für eine Risserweiterung entlang des Interfaces  $G_d$  im Verhältnis zur Penetration  $G_p$  größer ist als die Interfacefestigkeit  $G_c^i$  im Verhältnis zur Festigkeit des nichtgerissenen Materials  $G_c^f$  (Gleichung 2-6). Im folgenden wird nun die Ermittlung der Energiefreisetzungsrate durchgeführt, indem die bekannten Lösungen für isotrope Medien nach He und Hutchinson [5] auf orthotrope Medien erweitert werden. Wiederum ausgehend von den drei unterschiedlichen Arten des Rissfortschrittes (Penetration, einfaches Abzweigen und doppeltes Abzweigen am Interface) erfolgt die Ermittlung der Energiefreisetzungsrate, wobei für die beiden letzten Fälle derjenige ausschlaggebend ist, der den größten Wert von  $G_d$  erzeugt.

## 2.9.2 Riss senkrecht zu einem Interface

### 2.9.2.1 Problemstellung und Lösungsansatz

Eine symmetrische Last greift an einem Verbund aus zwei orthotropen Medien an, wobei ein halbumendlicher Riss senkrecht auf das Interface zwischen beide stößt. Beide Medien werden als homogen und linear elastisch angenommen. Das ungeschädigte Material (Faser) erhält den Index I, das rissbehaftete Material (Matrix) bekommt den Index II. Für anisotrope Materialien gilt das Hooksche Gesetz:

$$\varepsilon_i = \sum_{j=1}^6 s_{ij} \sigma_j \quad \text{für } i = 1 \text{ bis } 6 \quad (2-41)$$

Hierbei wird die folgende Schreibweise verwendet:

$$\{\sigma_i\} = \{\sigma_{11} \quad \sigma_{22} \quad \sigma_{33} \quad \sigma_{23} \quad \sigma_{31} \quad \sigma_{12}\} \quad (2-42)$$

$$\{\varepsilon_i\} = \{\varepsilon_{11} \quad \varepsilon_{22} \quad \varepsilon_{33} \quad \varepsilon_{23} \quad \varepsilon_{31} \quad \varepsilon_{12}\} \quad (2-43)$$

Die Elemente  $s_{ij}$  sind Elemente der Nachgiebigkeitsmatrix, welche 21 Elemente für den allgemeinen Fall besitzt. Für den orthotropen Fall reduziert sich die Spannungsdehnungsbeziehung auf:

$$\varepsilon_i = \sum_{j=1,2,6} b_{ij} \sigma_j \quad \text{für } i = 1, 2, 6 \quad (2-44)$$



mit

$$b_{ij} = \left\{ \begin{array}{l} s_{ij} \dots \text{ebener Spannungszust.} \\ s_{ij} - \frac{s_{i3}s_{j3}}{s_{33}} \dots \text{ebener Dehnungszust.} \end{array} \right\} \quad (2-45)$$

mit nur vier unabhängigen elastischen Nachgiebigkeiten:  $b_{11}, b_{12}=b_{21}, b_{22}$  und  $b_{66}$ . Gemäß Stroh [20] kann das elastische Spannungsfeld, im folgenden auch **Potential** genannt, für dieses ebene, elastische Problem anhand von zwei komplexen Funktionen dargestellt werden:

$$\phi_i(z_i) \text{ mit } i=1,2 \quad (2-46)$$

Jede dieser Funktionen ist holomorph in ihrem Argument  $z_i=x+\kappa_i y$ . Für ein orthotropes Material gibt es zwei komplexe Zahlen  $\kappa_i$  mit positivem Imaginärteil, welche die Wurzeln der charakteristischen Gleichung 2-47 darstellen.

$$\lambda_1 \kappa^4 + 2\rho \sqrt{\lambda_1} \kappa^2 + 1 = 0 \quad (2-47)$$

Hierbei sind  $\lambda_1$  und  $\rho$  dimensionslose elastische Konstanten, die gemäß Suo [21] wie folgt definiert sind:

$$\lambda_1 = \frac{b_{11}}{b_{22}}; \rho = \frac{2b_{12} + b_{66}}{2\sqrt{b_{11}b_{22}}} \quad (2-48)$$

Diese Konstanten zeigen den Grad der Anisotropie auf. Für isotrope Materialien gilt  $\lambda_1 = \rho = 1$ . Die vorliegende Berechnungen sind auf  $1 < \rho < \infty$  begrenzt, da die meisten Materialien sich in diesem Bereich bewegen. Für diesen Fall können die Wurzeln nach Suo [21] wie folgt ermittelt werden:

$$\kappa_1 = i\lambda_1^{-1/4}(n+m) = it_1 \quad (2-49)$$

$$\kappa_2 = i\lambda_1^{-1/4}(n-m) = it_2 \quad (2-50)$$

Hierbei sind  $n$  und  $m$  wie folgt festgelegt:

$$n = \sqrt{\frac{1+\rho}{2}} \quad (2-51)$$

$$m = \sqrt{\left| \frac{1-\rho}{2} \right|} \quad (2-52)$$

Mit diesen Lösungen für die charakteristische Gleichung kann das elastische Feld nun durch die zwei holomorphen Funktionen

$$\phi_i(z_i) \text{ mit } i=1,2 \quad (2-53)$$

ausgedrückt werden. Nach Stroh [20] können die Verschiebung  $u_i$ , die Spannungen  $\sigma_{ij}$  und die resultierenden Kräfte  $f_i$  wie folgt angenähert werden:

$$u_i = 2 \operatorname{Re} \left( \sum_{j=1}^2 A_{ij} \phi_j(z_j) \right) \quad (2-54)$$

$$f_i = -2 \operatorname{Re} \left( \sum_{j=1}^2 L_{ij} \phi_j(z_j) \right) \quad (2-55)$$

$$\sigma_{2i} = 2 \operatorname{Re} \sum_{j=1}^2 L_{ij} \phi_j'(z_j) \quad (2-56)$$

$$\sigma_{1i} = -2 \operatorname{Re} \sum_{j=1}^2 L_{ij} \mu_j \phi_j'(z_j) \quad (2-57)$$

Hierbei stellt  $\phi'$  die Ableitung nach dem entsprechenden Argument dar.  $A_{ij}$  und  $L_{ij}$  sind die Elemente der Matrizen  $A$  und  $L$ , die von den elastischen Konstanten abhängen. Unter der Annahme des ebenen Spannungszustandes gilt:

$$A = \begin{bmatrix} s_{11} \kappa_1^2 + s_{12} & s_{11} \kappa_2^2 + s_{12} \\ s_{12} + \frac{s_{22}}{\kappa_1} & s_{12} \kappa_2 + \frac{s_{22}}{\kappa_2} \end{bmatrix} \quad (2-58)$$

$$L = \begin{bmatrix} -\kappa_1 & -\kappa_2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (2-59)$$

Stroh [20] zeigt, dass A und L nicht singulär für die Wurzel  $\kappa_1$  und  $\kappa_2$  sind. Gupta [19] postulierte, dass für zwei orthotrope Medien die Lösung von  $\lambda_1$ ,  $\rho$  und den zwei von Dundursparametern [14]  $\alpha$  und  $\beta$  abhängen, die für orthotrope Werkstoffe wie folgt definiert sind:

$$\alpha = \frac{(\sqrt{s_{11}s_{22}})_{II} - (\sqrt{s_{11}s_{22}})_I}{(\sqrt{s_{11}s_{22}})_{II} + (\sqrt{s_{11}s_{22}})_I} \quad (2-60)$$

$$\beta = \frac{(\sqrt{s_{11}s_{22}} + s_{12})_{II} - (\sqrt{s_{11}s_{22}} + s_{12})_I}{\sqrt{H_{11}H_{22}}} \quad (2-61)$$

mit

$$H_{11} = (2n\lambda_1^{1/4} \sqrt{s_{11}s_{22}})_I + (2n\lambda_1^{1/4} \sqrt{s_{11}s_{22}})_{II} \quad (2-62)$$

$$H_{22} = (2n\lambda_1^{-1/4} \sqrt{s_{11}s_{22}})_I + (2n\lambda_1^{-1/4} \sqrt{s_{11}s_{22}})_{II} \quad (2-63)$$

Die Parameter  $\alpha$  und  $\beta$  drücken, wie bereits von He und Hutchinson [5] für isotrope Materialien beschrieben, den Steifigkeitsunterschied („mismatch“) zwischen den zwei Materialien aus. Sie nehmen Werte zwischen -1 und 1 an und sind im homogenen Fall 0. Bei bekanntem Potential  $\phi_i(z_i)$  mit  $i=1,2$  können anhand der Gleichungen 2-56 und 2-57 die Spannungen, aus den Gleichungen 2-55 die resultierenden Kräfte und gemäß Gleichung 2-54 die Verschiebungen berechnet werden. Martinez und Gupta [11] verwenden zur Herleitung des Potentials die Darstellung eines Risses gemäß Abb. 2-16. Die Risse werden durch Versetzungen ersetzt. Diese Versetzungen werden in jedem Medium nahe des Interfaces eingefügt, um einen Penetrationsriss zu simulieren. Die Simulation des Interfacerrisses erfolgt durch das Einbringen von zwei Versetzungen im Interface.

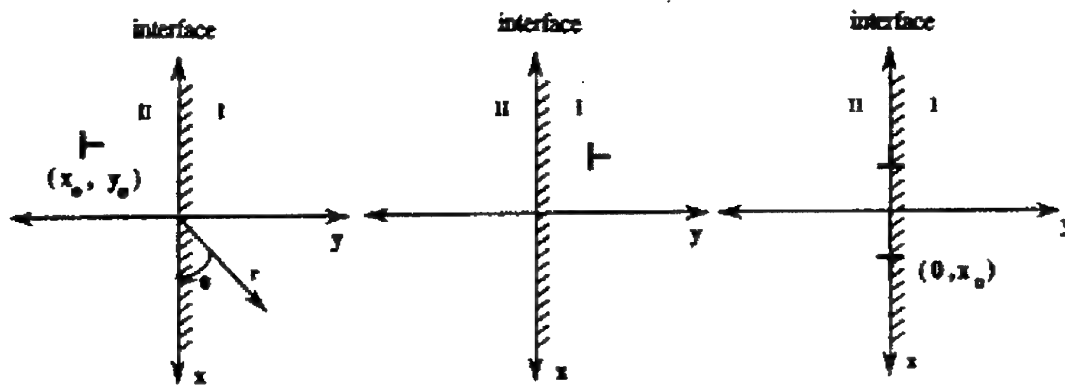


Abb.2-16: Einführung von Versetzungen zur Rissimulation

- a) einfache Versetzung in der Matrix
- b) einfache Versetzung in der Faser
- c) Versetzungen zur Simulation von Interfacerrissen

Anhand dieser Versetzungen ist es möglich, das Potential und damit das ebene Spannungsfeld zu bestimmen. Für die ausführliche Herleitung sei hierbei jedoch auf die Literatur [19] verwiesen, da sich die notwendige Lösung der Integralgleichung als recht umfangreich darstellt. Im folgenden wird daher nur auf die Darstellung der Ergebnisse eingegangen, die hinsichtlich des kohlenstofffaserverstärkten Kohlenstoffs von Bedeutung sind.

### 2.9.3 Energiekriterium für Rissabzweigung oder Risseindringen

Im folgenden wird ein Ausdruck  $G_d/G_p$  auf der Grundlage von dimensional Betrachtungen ermittelt. Für alle Arten, des hier behandelten Rissfortschrittes befindet sich der halbbunendliche Referenzriss mit  $a=0$  senkrecht zum Interface, sodass er mit seiner Spitze das Interface berührt.

#### 2.9.3.1 Ermittlung der Energiefreisetzungsrate $G_p$ für Penetration

Für eine symmetrische Mode-I-Belastung in Bezug auf die Rissebene kann die  $\sigma_{11}$  Spannung bei  $\theta=90^\circ$  vor der Risspitze in der Faser (Material I) durch folgenden Ausdruck beschrieben werden:

$$\sigma_{11}^{90^\circ}(0, y) = k_1 (2\pi y)^\gamma \quad (2-64)$$

wobei  $k_1$  der Amplitudenfaktor und  $\gamma$  die Spannungssingularität unter der Annahme von realen Werten zwischen  $-1 < \gamma < 0$  ist. Gemäß der Auswertung der Integralgleichungen [11] für die Lösung des Potentials kann  $\gamma$  wie folgt bestimmt werden:

$$t_2 D_{22} - t_1 D_{11} + t_1 D_{12} \left(\frac{t_1}{t_2}\right)^{1+\gamma} - t_2 D_{21} \left(\frac{t_2}{t_1}\right)^{1+\gamma} - (t_1 - t_2) \cos(\pi\gamma) = 0 \quad (2-65)$$

wobei  $t_1=n+m, t_2=n-m$  ist. Die Gleichung 2-65 kann für die Matrix (Material II) analog beschrieben werden. Die Konstanten  $D_{ij}$ <sup>2</sup> sind Elemente der Matrix, die von  $\alpha, \beta, \lambda$  und  $\rho$  abhängen und die die dazugehörige Lösung einer Randverschiebung nahe dem Interface in der Matrix (Material II) beschreiben. Sie werden ebenfalls aus der Lösung der Integralgleichungen gewonnen.

Für den halbumendlichen Riss wird entweder angenommen, dass er eindringt oder einfach bzw. zweifach abzweigt.

**Im Fall des Eindringens** wird der Spannungszustand an der fortschreitenden Riss Spitze als einfacher Modus I beschrieben.

Der Spannungsintensitätsfaktor  $K_I$  wird in Abhängigkeit vom Amplitudenfaktor  $k_1$  und der Risslänge  $a$  aus dimensionalen Gründen wie folgt beschrieben:

$$K_I = c k_1 a^{\frac{1}{2}+\gamma} \quad (2-66)$$

Hierbei ist  $c$  eine dimensionslose Konstante, die von den elastischen Parametern  $\alpha, \beta, \lambda$  und  $\rho$  abhängt. Die Energiefreisetzungsrate für den eindringenden Riss wird gemäß Sih [24] wie folgt angegeben:

$$G_p = (s_{11}n)_1 \lambda_1^{-\frac{1}{4}} K_I^2 = (s_{11}n)_1 \lambda_1^{-\frac{1}{4}} c^2 k_1^2 a^{1+2\gamma} \quad (2-67)$$

<sup>2</sup> Die Gleichungen für  $D_{ij}$  werden von Gupta [22, 23] mit einer anderen Bezeichnung, nämlich  $C_{ij}$ \* geführt.

### 2.9.3.2 Ermittlung der Energiefreisetzungsrate für Deflection

Die Spannung am Interface an der Rissspitze an jedem der abzweigenden Risse (siehe hierzu auch Abb.2-7b) wird nach Suo [21,23] wie folgt bestimmt:

$$\sigma_{22}^{0^{\circ}}(0, x) + i \sqrt{\frac{H_{11}}{H_{22}}} \sigma_{12}^{0^{\circ}}(0, x) = \frac{K r^{i\epsilon}}{\sqrt{2\pi r}} \quad (2-68)$$

Hierbei ist K der komplexe Spannungsintensitätsfaktor für den Interfaceriss.  $H_{11}$  und  $H_{22}$  sind die Koeffizienten, welche durch die Gleichung 2-62 und 2-63 mit  $r=x-a$ ,  $i=\sqrt{-1}$  ermittelt werden. Die Bestimmung von  $\epsilon$  erfolgt aus Gleichung 2-16. Aus einer dimensional Betrachtung heraus ergibt sich schließlich folgender Ausdruck:

$$K = k_1 a^{\frac{1}{2}+\gamma} (d a^{i\epsilon} + e a^{-i\epsilon}) \quad (2-69)$$

Hierbei sind d und e dimensionslose komplexe Konstanten.

Die zugehörige Energiefreisetzungsrate für den abzweigenden Riss ist:

$$G_d = \frac{H_{22}}{4 \cosh^2 \pi \epsilon} |K|^2 = \frac{H_{22}}{4 \cosh^2 \pi \epsilon} k_1^2 a^{1+2\gamma} \left\{ |d|^2 + |e|^2 + 2 \operatorname{Re}(de) \right\} \quad (2-70)$$

### 2.9.3.3 Ermittlung des Quotienten der Energiefreisetzungsraten

Der Quotient der Energiefreisetzungsrate  $G_d/G_p$  ergibt sich aus Gleichung 2-67 und Gleichung 2-70 und ist unabhängig von a und  $k_1$ :

$$\frac{G_d}{G_p} = \frac{H_{22}}{4 \cosh^2 \pi \epsilon} \frac{\lambda_1^{-\frac{1}{4}}}{(s_{11}n)_1 c^2} [|d|^2 + |e|^2 + 2 \operatorname{Re}(de)] \quad (2-71)$$

Es kann ein Wert der Energiefreisetzungsrate bestimmt werden, der wiederum die Wahl des Rissverlaufes bestimmt. Für eine Auswahl von Werkstoffen wurde das entsprechende Verhältnis gemäß Gleichung 2-71 ermittelt und in Abb. 2-17 in Abhängigkeit vom Dundursparameter  $\alpha$  [14] eingetragen.

C/C ( $\lambda_{\text{Faser}}=0,067$ , $\rho_{\text{Faser}}=1,162$ )	$\alpha = 0,248$	$G_d/G_p = 0,118$
SiC/Ni <sub>3</sub> Al	$\alpha = 0,385$	$G_d/G_p = 0,3859$
E-Glass/Epoxy	$\alpha = 0,9091$	$G_d/G_p = 1,9315$

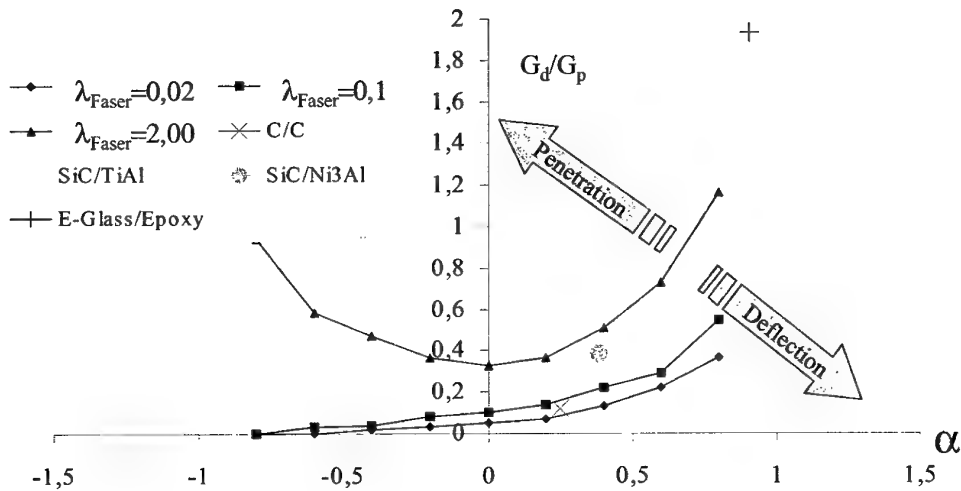


Abb.2-17:  $G_d/G_p$  für orthotrope Materialien [11, 19] in Abhängigkeit vom Dundursparameter  $\alpha$  und Orthotropiefaktor  $\lambda_1$

Abb. 2-17 zeigt, dass für bestimmte Materialkombinationen das Verhältnis  $G_d/G_p$  stark variiert. Liegen die Bruchenergieverhältnisse  $G_c^i/G_c^f$  unterhalb der für die entsprechende Kombination ermittelten Datenpunkte, so erfolgt Rissabzweigung. Große  $G_d/G_p$ -Werte deuten auf eine Tendenz zur Rissabzweigung hin, wohingegen kleine Verhältnisse von  $G_d/G_p$  eher ein Eindringen des Matrixrisses in die Faser begünstigen.

#### 2.9.4 Zusammenfassung der Theorie von Gupta und Martinez

Anhand des Verhältnisses  $G_d/G_p$  in Abhängigkeit vom Dundursparameter für Faserverbundwerkstoffe aus **orthotropen Komponenten** zeigt sich, dass im Gegensatz zu der Betrachtung von Faserverbunden aus **isotropen Materialien** nach He und Hutchinson [5] die Kurven für das Verhältnis  $G_d/G_p$  durch das Maß der Anisotropie beeinflusst werden.

Aus dem o.a. Diagramm kann man beispielsweise für Faserverbundwerkstoffe mit orthotroper Faser und isotroper Matrix das Verhältnis der Energiefreisetzungsraten  $G_d/G_p$  bestimmen, wie es beispielweise bei kohlenstofffaserverstärktem Kohlenstoff der Fall ist. Das blaue Kreuz stellt hier den Wert für kohlenstofffaserverstärkten Kohlenstoff (C/C) dar.

Nach Bestimmung des Bruchenergieverhältnisses  $G_c^i/G_c^f$  können Aussagen über das Rissfortschrittsverhalten getroffen werden.

Allerdings bleiben hierbei herstellungsbedingte Eigenspannungen im Material (z.B. aufgrund von unterschiedlichen Wärmeausdehnungskoeffizienten) unberücksichtigt.



## **2.10 Analytische Bestimmung des Faserdebondings in restspannungsbehafteten spröden Faserverbundmaterialien von Charalambides [13]**

### **2.10.1 Allgemeines**

Im folgenden wird nun ein theoretischer Ansatz vorgestellt, der sich mit dem Einfluss von thermischen Restspannungen in Faserverbundwerkstoffen mit spröder Matrix beschäftigt. Die von Charalambides [13] aufgestellte Theorie ist als Erweiterung der Untersuchung von He und Hutchinson zu sehen.

Wie bereits von He und Hutchinson berichtet, tritt bei einer unter  $90^\circ$  zur Matrixrissebene angreifenden Last Rissabzweigen auf, wenn  $G_c^i/G_c^f \leq 1/4$  [25, 26, 27] ist. Die Größen  $G_c^i$  und  $G_c^f$  stellen die Bruchenergie des Interfaces und der Faser dar. Im folgenden wird nun dieses Kriterium unter der Annahme thermischer Spannungen verifiziert. Faserverstärkte Werkstoffe entwickeln thermische Restspannungen während der Herstellung. Dies ist auf die Unterschiede in den thermischen Wärmeausdehnungskoeffizienten in Faser und Matrix zurückzuführen.

Die im folgenden durchgeführte Analyse gilt für Faserverbundwerkstoffe mit Hauptrissen, die mit komplexen Spannungsintensitäten beaufschlagt werden, wobei thermische und mechanischen Lasten sich entweder in Phase oder Gegenphase befinden können. Dabei werden besondere Fälle der Rissabzweigung, wie z.B. Faserdebonding in unidirektionalem, faserverstärkten Verbundwerkstoffen und der Delamination von Schichten gezeigt.

### **2.10.2 Mechanisches Verhalten beim Debonding (Matrixriss senkrecht zur Faser)**

Wie bereits ausführlich diskutiert, kann das konkurrierende Verhalten zwischen Faserdebonding und Faserversagen untersucht werden, indem man die Energiefreisetzungsraten  $G^K$  an der Rissspitze des abzweigenden Risses (Risswinkel beträgt  $90^\circ$ ) mit der des Hauptrisses  $G^T$  unter der **aufgebrachten mechanischen und thermischen** Belastung vergleicht.

Die theoretischen Überlegungen hierzu werden anhand eines zylindrischen Einzelfaserverbundes mit konzentrischem Matrixriss aufgestellt.

Interessant sind hierbei besonders Werkstoffe, bei denen mechanische und thermische Lasten neben einem Modus I Spannungsintensitätsfaktor für den Matrixriss noch weitere Moden erzeugen.

Solche Bedingungen treten bei der Delamination von Schichten bzw. Debonding von geneigten und nebeneinander liegenden Laminaten auf. Für diese Systeme ist eine genaue Analyse notwendig, um thermische Effekte auf das Rissfortschrittsverhalten wie Debonding bzw. Delamination zu untersuchen. Diese Analyse wird im folgenden durchgeführt.

### 2.10.3 Rissabzweigung unter Mixed-Mode-Bedingung

In diesem Abschnitt wird eine Erweiterung der bisherigen Theorien beschrieben, um **thermische Effekte auf das Debonding** oder Rissabzweigen an der Spitze eines Mixed Mode Risses zu beschreiben. Es wird eine Situation angenommen, in der eine aufgebrachte mechanische Spannung  $t$  und eine thermische Spannung  $\sigma^R$ , mit  $\sigma^R = E\Delta\alpha\Delta T$  als Restspannung, vorhanden ist. Es existieren gemäß Abb. 2-18 zwei Anteile zu dem komplexen Spannungsfaktor  $K^T$  an der Spitze des Hauptrisses:

- 1)  $K^I$  in Bezug auf die aufgebrachte mechanische Spannung  $t$
- 2)  $K^R$  in Bezug auf die thermische Spannung  $\sigma^R$ .

Aus existierenden Lösungen und Dimensionsanalysen, kann der o.a. Spannungsfaktor in der komplexen Form geschrieben werden:

$$K^I = K_I^I + iK_{II}^I = t a^{\frac{1}{2}} F^I (\cos \psi^I + i \sin \psi^I) \quad (2-72)$$

$$K^R = K_I^R + iK_{II}^R = \sigma^R a^{\frac{1}{2}} F^R (\cos \psi^R + i \sin \psi^R) \quad (2-73)$$

Hierbei sind  $F^I$  und  $F^R$  im allgemeinen Fall eines Zweikomponentensystems Funktionen der Geometrie und der elastischen Komponenten der beteiligten Werkstoffe. Durch Superposition wird der kombinierte komplexe Gesamtspannungsfaktor  $K^T$  an der Spitze des Hauptrisses wie folgt erhalten:

$$K^T = K_I^T + iK_{II}^T = \left(1 + \frac{K_I^R}{K_I^I}\right) K_I^I + i \left(1 + \frac{K_{II}^R}{K_{II}^I}\right) K_{II}^I \quad (2-74)$$

Für den **Matrixriss** wird die totale Energiefreisetzungsrate in Abhängigkeit von  $|K^T|$  gemäß Irwin [29] wie folgt bestimmt:

$$G^T = \frac{1-\nu^2}{E} \left[ (K_I^T)^2 + (K_{II}^T)^2 \right] = \frac{1-\nu^2}{E} (K_I^I)^2 (1 + \tan^2 \psi^T) \quad (2-75)$$

Hierbei ist  $E$  der Elastizitätsmodul und  $\nu$  die Querkontraktionszahl des Materials.

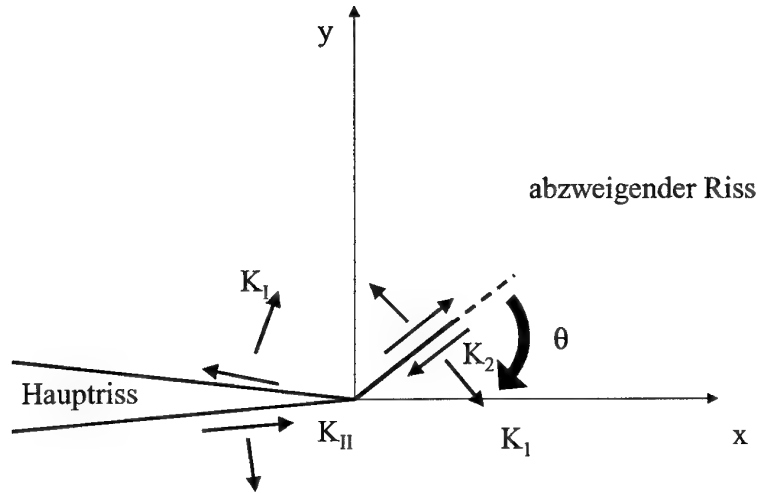


Abb.2-18: Spannungssingularitäten am Riss

Gemäß Cotterrell und Rice [28] und Suresh und Shih besitzt der Spannungsintensitätsfaktor an der Spitze des abzweigenden Risses [51] zwei Komponenten,  $K_1^k$  und  $K_2^k$ , und kann aus  $K^T$ , dem totalen Spannungsintensitätsfaktor an der Spitze des Hauptrisses, erhalten werden.

$$K_1^k = c_{11}K_I^T + c_{12}K_{II}^T \quad (2-76)$$

$$K_2^k = c_{21}K_I^T + c_{22}K_{II}^T \quad (2-77)$$

Hierbei sind  $c_{ij}(i,j=1,2)$  geometrische Faktoren, die für ein homogenes System in Abhängigkeit von  $\theta$  (Abb.2-18) bestimmt werden und mit denen von Cotterrell und Rice [28] für kleine Werte von  $\theta$  identisch sind.

Für den **abzweigenden Riss** ergibt sich die Energiefreisetzungsrate  $G^k$  nach Irwin [29] und unter der Einbeziehung von o.a. Gleichungen zu:

$$G^k = \frac{1-\nu^2}{E} \left[ (K_1^k)^2 + (K_2^k)^2 \right] = \frac{1-\nu^2}{E} (K_I^T)^2 C(c_{ij}(\theta), \psi^T) \quad (2-78)$$

wobei

$$C(c_{ij}(\theta), \psi^T) = c_{11}^2 + c_{21}^2 + 2(c_{11}c_{12} + c_{21}c_{22})\tan\psi^T + (c_{12}^2 + c_{22}^2)\tan^2\psi^T \quad (2-79)$$

Der Phasenwinkel des totalen Spannungsintensitätsfaktors an der Spitze des Matrixrisses  $\tan\psi^T = K_{II}^T/K_I^T$  wird aus Gleichung 2-74 wie folgt erhalten:

$$\tan\psi^t = \frac{K_{II}^T}{K_I^T} = \frac{1 + \frac{F^R \sin\psi^R \sigma^R}{F^t \sin\psi^t t}}{1 + \frac{F^R \cos\psi^R \sigma^R}{F^t \cos\psi^t t}} \tan\psi^t \quad (2-80)$$

#### 2.10.4 Debondingbedingungen

Der Wettbewerb zwischen Rissabzweigung (Faserdebonding) und Faserversagen kann dadurch beschrieben werden, dass anhand von Gleichung 2-75 und 2-78 Bedingungen für das Bruchenergieverhältnis  $G_c^i/G_c^f$  bestehend aus der Bruchenergie für das Interface und der Bruchenergie für die Faser bestimmt werden

Für den Sonderfall, dass **die unter 90°** von der Ebene des Hauptrisses abzweigende Risspitze mit Faserversagen konkurriert, wird ein Debonding der Faser eintreten, wenn

$$\frac{G_c^i}{G_c^f} \leq \frac{[c_{11}^2 + c_{21}^2 + 2(c_{11}c_{12} + c_{21}c_{22})\tan\psi^T + (c_{12}^2 + c_{22}^2)\tan^2\psi^T]_{\theta=\pi/2}}{1 + \tan^2\psi^T} \quad (2-81)$$

Für den Fall, dass Rissabzweigung unter einem **anderen Winkel als 90°** zur Ebene des Hauptrisses auftritt, wird die günstigere Variante dadurch erhalten, indem man die Lösungen für die Energiefreisetzungsraten der zwei Risse (Faserdebonding oder Faserversagen) vergleicht. Faserdebonding tritt im Gegensatz zum Faserversagen eher auf, wenn:

$$\frac{G_c^i}{G_c^f} \leq \frac{[c_{11}^2 + c_{21}^2 + 2(c_{11}c_{12} + c_{21}c_{22})\tan\psi^T + (c_{11}^2 + c_{21}^2)\tan^2\psi^T]_{\theta=\theta_i}}{[c_{11}^2 + c_{21}^2 + 2(c_{11}c_{12} + c_{21}c_{22})\tan\psi^T + (c_{12}^2 + c_{22}^2)\tan^2\psi^T]_{\theta=\theta_f}} \quad (2-82)$$

Hierbei sind  $\theta_i$  und  $\theta_f$  die Abzweigungswinkel für Faserdebonding und Faserversagen. Gemäß Gleichung 2-81 und 2-82 beeinflussen die thermischen Lasten die Debondingbedingungen über den Phasenwinkel  $\psi^T$ , der aus Gleichung 2-80 ermittelt wird. Sobald  $\psi^R = \psi^T$ , was einer „in Phasen“-Wirkung der thermisch/mechanischen Spannungsintensität entspricht, führt Gleichung 2-80 dazu, dass  $\psi^T = \psi^T$ . Die thermischen Spannungen würden das Verhältnis  $G_c^i/G_c^f$  gemäß Gleichung 2-81 und 2-82 nicht beeinflussen.

Wenn allerdings  $\psi^R \neq \psi^T$ , dann werden die o.a. Bedingungen gemäß Gleichung 2-80 abhängig von den thermischen Spannungen. Es ist eine zusätzliche Analyse erforderlich, um die thermischen Einflüsse zu spezifizieren. Im folgenden werden zwei Fälle unterschieden.

**Im ersten Fall** wird angenommen, dass thermische und mechanische Spannungen unabhängig voneinander sind, was mit einer „in Phase“ der Spannungsintensitäten an der Spitze des Hauptrisses entspricht:  $\psi^T = \psi^T = \psi^R$ . Die thermischen Effekte fallen aus der Debondingbedingung heraus.

**Im anderen Fall** sind thermische und mechanische Lasten nicht „in Phase“:  $\psi^R \neq \psi^T$ . Debonding wird abhängig von den thermischen Lasten.

## 2.10.5 Debonding unabhängig von thermischen Lasten

### Matrixriss senkrecht zur Faser

Wenn mechanische und thermische Spannungen unabhängig voneinander sind, was einer „in Phase“ der Spannungsintensitäten an der Hauptrisspitze entspricht,  $\psi^R = \psi^T$ , führt Gleichung 2-80 zu  $\psi^T = \psi^T = \psi^R$ . Als Resultat werden die Debondingbedingungen über Gleichung 2-81 unabhängig von den thermischen Spannungen und können aus den mechanischen Spannungen alleine ermittelt werden.

Dieser Fall stellt den Faserbondingprozess in einem Einzelfaserverbund dar. Der Matrixriss wird von einem Mode I Spannungsintensitätsfaktor bestimmt, der entweder von einer mechanischen oder thermischen Last hervorgerufen wird, sodass  $\psi^T = \psi^T = \psi^R = 0$ .

#### 4 Punkt Biegeprobe aus zwei Komponenten

Unter der **Annahme des ebenen Dehnungszustand** in einer vorgekerbten Zweikomponentenprobe existiert eine Mode I Bedingungen für die thermische und aufgebrachte mechanische Spannung

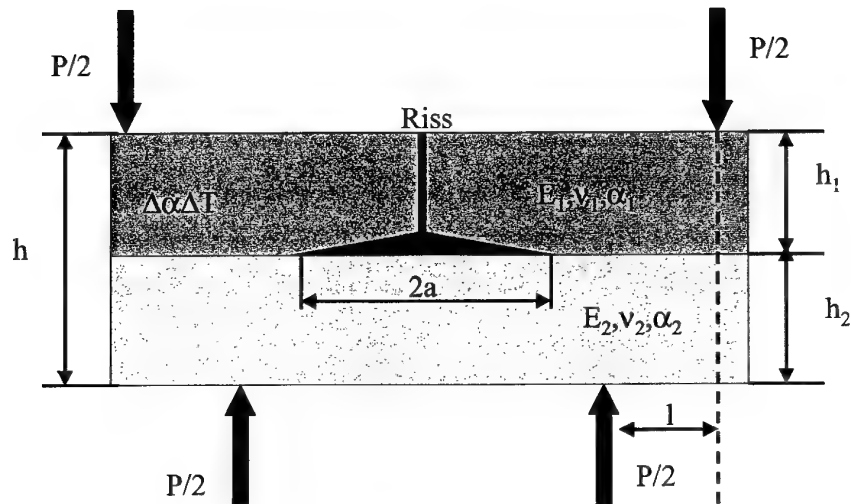


Abb. 2-19: 4-Punktbiegeprobe

In diesem Fall wird unter Berücksichtigung von Gleichung 2-81 Delamination der Oberschicht gemäß Abb. 2-19 auftreten, wenn:

$$\frac{G_c^i}{G_c^f} \leq [c_{11}^2 + c_{21}^2]_{\theta=\pi/2} \quad (2-83)$$

#### 2.10.6 Debonding abhängig von thermischen Lasten

Im Allgemeinen ist der Spannungsintensitätsfaktor an der Spitze des Hauptrisses in Bezug auf die thermischen Spannungen „in Gegenphase“ zu den mechanischen Spannungen:  $\psi^R \neq \psi^I$ . Die Debondingbedingungen gemäß Gleichung 2-81 und 2-82 sind tatsächlich abhängig von den thermischen Effekten gemäß Gleichung 2-80.

#### 4 Punkt Biegeprobe aus zwei Komponenten

Um den Einfluss thermischer Effekte auf die obigen Bedingungen zu demonstrieren, wird die 4-Punkt Biegeprobe gemäß Abb.2-19 herangezogen. Hierbei handelt es sich um einen homogenen Faserverbundwerkstoff mit  $E_1=E_2$  und  $\nu_1=\nu_2$ , wobei die Indizes 1 und 2 für das obere und untere Material stehen. Die beiden thermisch gebundenen Schichten besitzen allerdings **verschiedene thermische Ausdehnungskoeffizienten  $\alpha_1$  und  $\alpha_2$** , wodurch **kein ebener Dehnungszustand** mehr erreicht wird. Unter diesen Bedingungen und für den Spezialfall, dass beide Probenschichten die gleiche Dicke  $h_1=h_2$  besitzen, existieren analytische Lösungen für eine stationäre („steady-state“) Delamination in Abhängigkeit von der thermischen und mechanischen Belastung.

Charalambides [13] ermittelte einen komplexen **mechanischen Spannungsintensitätsfaktor** für die anliegende mechanische Last P:

$$K^I = \frac{1}{4} \left( \frac{2}{\sqrt{3}} + i \right) t h_2^{\frac{1}{2}} = t h_2^{\frac{1}{2}} \sqrt{\frac{7}{48}} e^{i(0,4089/1,8)\pi} \quad (2-84)$$

wobei  $t=3Pl/bh_2^2$  die maximale Normalspannung hervorgerufen durch die Biegung der unteren Schicht ist. Nach einigen Berechnungen ermittelt man für die **mechanische** Belastung einen Phasenwinkel  $\psi^I \approx 40,89^\circ$ .

Der Spannungsintensitätsfaktor in Bezug auf die **thermischen Spannungen**  $\sigma^R=E(\alpha_2-\alpha_1)\Delta T$  wird von Charalambides [13] als reiner Mode II wie folgt bestimmt:

$$K^R = i \frac{1}{4} \sigma^R h_2^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{4} \sigma^R h_2^{\frac{1}{2}} e^{i(\pi/2)} \quad (2-85)$$

Der **thermische Phasenwinkel** ist  $\psi^R=\pi/2$ . Die thermischen und mechanischen Spannungen bewirken, dass die Spannungsintensitäten sich nicht in Phase ( $\psi^R \neq \psi^I$ ) an der abzweigenden Delaminationsrisspitze befinden.

Für die Auswertung solcher Systeme müssen in Abhängigkeit von Phase komplizierte Bruchdiagramme erstellt werden, um eine Aussage treffen zu können, ob ein Debonding (Dekohäsion) oder Eindringen des Risses in die zweite Schicht eintritt

### 2.10.7 Verhalten von Matrixrissen bei Rissfortschritt in geneigten Fasern

#### Matrixriss in einem spröden Verbund mit zur Belastungsrichtung geneigten Fasern (Faserversagen vor Faserdebonding)

Im Gegensatz zu Matrixrissen, die sich unter  $90^\circ$  zur Faserrichtung ausbreiten, liegt eine komplexere Situation in einem System vor, bei dem die Faserverstärkung in Bezug auf die Matrixrissebene geneigt und nebeneinander angeordnet sind. Abb. 2-20 zeigt hierzu ein Beispiel. Bei spröden Verbundsystemen, bei dem Faserversagen gemäß Abb. 2-20 gegenüber Faserdebonding gemäß Abb. 2-21 bevorzugt wird, muss der Spannungsintensitätsfaktor an der mechanischen Mode I Matrixrisspitze unter der Anwesenheit von thermischen Spannungen ein Mode I bleiben.

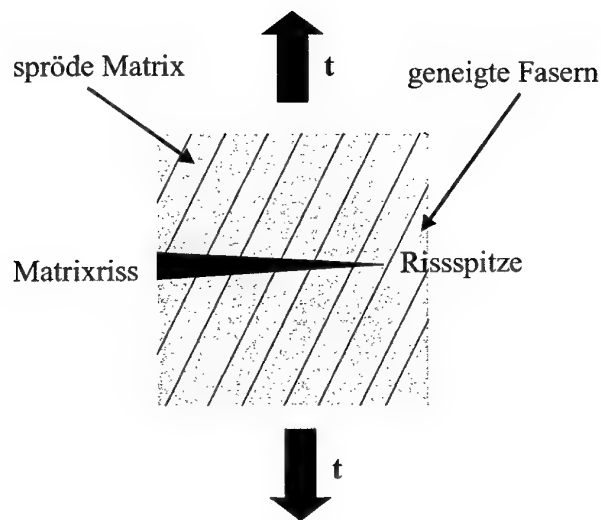


Abb.2-20: Faserversagen, (Rissaufreffwinkel  $< 90^\circ$ )

Dies ist besonders für lange Matrixrisse der Fall (Risse laufen über eine große Anzahl von Fasern hinweg), wobei die durchschnittliche thermische Schubhaftung auf der Rissoberfläche über die gesamte Risslänge Null sein muss.

Als Resultat muss ein Faserversagenskriterium unabhängig von den thermischen Spannungen gefunden werden.



Matrixriss in einem spröden Verbund mit zur Belastungsrichtung geneigten Fasern (Faserdebonding vor Faserversagen)

Andererseits, wenn Faserdebonding vor Faserversagen gemäß Abb. 2-21 auftritt, werden die in Linie laufenden Fasern den Riss über eine bestimmte Länge von der Matrixrisssspitze aus überbrücken. Debonding von geneigten Fasern ist eher wahrscheinlich, und es kann eine Mode II thermische Komponente an der ansonsten Mode I Matrixrisssspitze existieren. Unter diesen Bedingungen wird das Faserdebonding von den thermischen Spannungen beeinflusst.

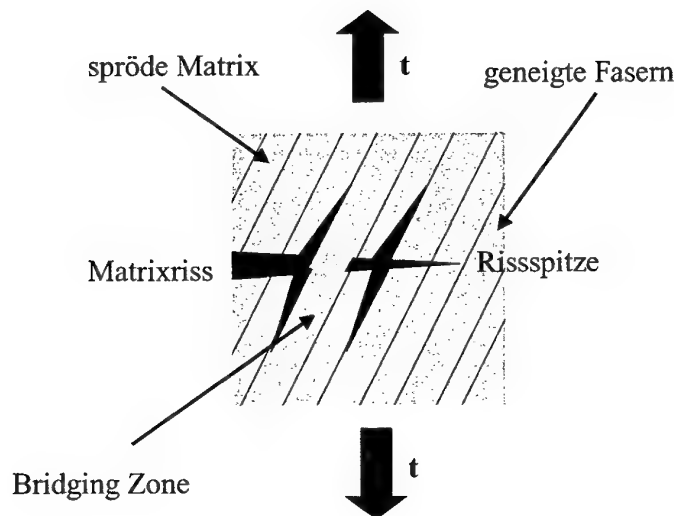


Abb.2-21: Faserdebonding, (Rissauffreffwinkel $<90^\circ$ )

Unter Berücksichtigung der o.a. Beobachtungen können wir nun den Prozess der anfänglichen Faserdebonding und weiterer Debondingenerweiterung (Delamination) in faserverstärkten Verbundwerkstoffen mit spröder Matrix gemäß Abb. 2-21 betrachten.

Abb. 2-22 zeigt den Phasenwinkel an der Debondingrisssspitze in Abhängigkeit von der aufgetragenen Last  $t$  und den thermischen Spannungen  $\sigma^R$  als Funktion der normierten Debondingrisslänge  $a/R$ .

Die Kurve für den Phasenwinkel  $\psi^I$ , der sich aufgrund der **mechanischen Spannungen** ergibt, ist Ergebnis einer Finiten Element Berechnung von Charalambides [13].

Die Kurve für den Phasenwinkel  $\psi^R$ , der sich aufgrund der **thermischen Spannungen** ergibt, gilt für Faserverbundwerkstoffe, deren Interface mit einer Restzugspannung beaufschlagt wird. Diese Werte sind aus einer „steady state“ Lösung aus der Literatur genommen worden [13], wobei der Wert bei  $a/R=0$  von  $(\psi^R)_{a=0}=42,2^\circ$  die Lösung für die initiale Rissabzweigung „kink crack“ darstellt.

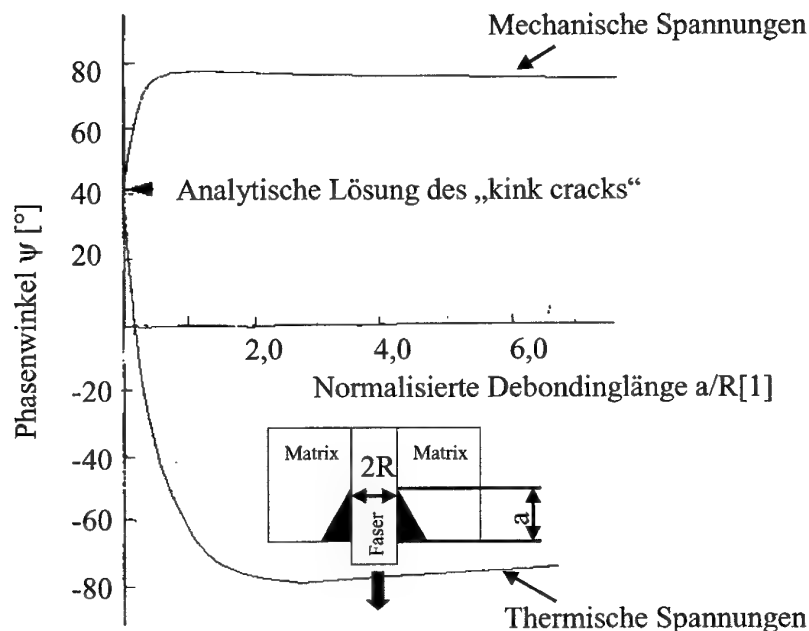


Abb. 2-22: Phasenwinkel an der Debondingrisssspitze

Aus Abb. 2-22 erkennt man, dass bei  $a \rightarrow 0$  der Phasenwinkel für den  $90^\circ$  Debondingriss („kink crack“), der aufgrund von thermischen bzw. mechanischen Lasten initiiert wird, gleich groß ist:  $\psi^R = \psi^I$ .

Dies ergibt sich daraus, dass am Hauptmatrixriss die Mode I Singularität den überwiegenden Anteil darstellt.

Aus diesen Ergebnissen geht hervor, dass im Anfangsstadium des Matrixrisses die thermischen Spannungen eine geringe Rolle spielen und nur der Mode I der mechanischen Belastung eine Rolle spielt. Hier gelten die Annahmen von He und Hutchinson [5]. Erst mit zunehmender Risslänge und damit Übergang in den „steady state“-Bereich mit  $a \geq 5,0R$  wird der thermische Einfluss relevant.

Die thermische und mechanischen Phasenwinkel sind nicht mehr gleich, sodass für das Aufstellen des Energiekriteriums auch der Einfluss der thermischen Lasten berücksichtigt werden muss.

Für die Aussage, ob Faserversagen oder Rissabzweigung am Interface auftritt, muss ein kompliziertes Bruchdiagramm erstellt werden, das dann Aussagen über die Art des Rissfortschrittes zulässt.

#### **2.10.8 Zusammenfassung der Untersuchungen von Charalambides**

Die von Charalambides [13] durchgeführte Analyse zeigt, dass sich thermische Einflüsse durchaus auf die Art eines Rissfortschrittes auswirken können. Um eine Aussage zu erhalten, welche Art des Rissfortschrittes eintritt, müssen komplizierte Bruchdiagramme erstellt werden, die dann eine Analyse zulassen. Der Einfluss der thermischen Faktoren kann gemäß Charalambides für Matrixrisse, die sich senkrecht zur Faserrichtung ausbreiten, vernachlässigt werden, da sich hierbei nur der Mode I auswirkt. Dies gilt jedoch nur, wenn man absolute Haftung zwischen Faser und Matrix voraussetzt.

Für den hier untersuchten kohlenstofffaserverstärkten Kohlenstoff spielen die thermischen Einflüsse vermutlich eine große Rolle, da sie hier ein Aufschumpfen auf die Faser bewirken und sich somit ein Mixed Mode ausprägen kann. Da für den verwendeten kohlenstofffaserverstärkten Kohlenstoff auch Reibungseffekte zwischen Faser und Matrix untersucht werden, ist eine Analyse der thermischen Einflüsse in dieser Arbeit unabdingbar. Dies geschieht jedoch nicht mit Hilfe von komplizierten Bruchdiagrammen, die eine Auswertung des Phasenwinkels von thermischer und mechanischer Last voraussetzen, sondern anhand von Finiten Element Berechnungen.

## 2.11 Vergleich der vorgestellten Theorien unter Berücksichtigung des kohlenstofffaserverstärkten Kohlenstoffs

Grundlegend für die Experimente und Berechnungen, die im Rahmen dieser Arbeit erbracht werden, ist die Betrachtung der Aussagen aus den theoretischen Ansätzen. Aus diesem Grund wird nun jede Theorie, die zum Anfang dieser Arbeit ausgiebig dargestellt wurde, hinsichtlich ihrer Bedeutung für den kohlenstofffaserverstärkten Kohlenstoff ausgewertet.

### Auswertung der analytischen Betrachtung nach He und Hutchinson hinsichtlich des kohlenstofffaserverstärkten Kohlenstoff

He und Hutchinson [5] haben die Ausbreitung eines Matrixrisses in einem faserverstärkten Werkstoff, der eine isotrope Faser und Matrix besitzt, untersucht. Für  $\alpha=0$  (Matrixelastizitätsmodul=Faserelastizitätsmodul) wird der Matrixriss nach Auftreffen auf das Interface um  $90^\circ$  abzweigen, sobald das Verhältnis der Bruchenergie des Interfaces zu der Bruchenergie der Faser  $G_c^i/G_c^f$  größer als  $1/4$  [25-27] ist. Bei kohlenstofffaserverstärktem Kohlenstoff handelt es sich jedoch um einen Werkstoff mit einer orthotropen Kohlenstofffaser. Somit kann anhand der orthotropen Materialeigenschaften der Dundursparameter  $\alpha$  nicht direkt ermittelt werden. Um dennoch mit Hilfe der analytischen Ergebnisse nach He und Hutchinson einen Ausgangswert für das Verhältnis der Energiefreisetzungsraten zu bestimmen, war daher eine Anpassung notwendig. Die orthotrope Kohlenstofffaser wurde als isotrop angenommen (Schubmodul  $\mu_1 = 24000$  MPa,  $\nu_1=0,2$ ). Mit  $\mu_2=15000$  MPa und der Querkontraktionszahl  $\nu_2=0,2$  für die Matrix ergibt sich gemäß Gleichung 2-9 ein Dundursparameter  $\alpha$  von 0,23. Der Exponent für die Spannungssingularität  $\lambda$  wird zu 0,49 bestimmt. In Abb.2-9 wird ein Wert von  $G_d/G_p$  von 0,248 für den doppelt abzweigenden Riss und 0,32 für den einfach abzweigenden Riss ermittelt.

Eine Rissabzweigung des Matrixrisses am Interface wird somit in dem kohlenstofffaserverstärktem Kohlenstoff dann erfolgen, wenn das Verhältnis der Bruchenergien

$$\frac{G_c^i}{G_c^f} < 0,248$$

ist. Die doppelte Rissabzweigung wird gegenüber der einfachen bevorzugt auftreten, da der Schwellwert hierfür eher erreicht wird.

### Auswertung der Boundary Element Methode nach Petrovic

Tullock, Reimanis, Graham und Petrovic [9] beschreiben das Problem des Rissfortschrittes eines Matrixrisses beim Auftreffen auf ein Interface mit Hilfe einer Boundary Element Methode. Um die Energiefreisetzungsrate zu bestimmen, wurden innerhalb dieser Arbeit zwei grundsätzliche Ansätze diskutiert.

Die erste Möglichkeit ist die Ermittlung der Energiefreisetzungsrate anhand der Änderung der Gesamtenergie eines Einzelfaserverbundes während des Rissfortschrittes um einen inkrementellen Betrag.

Die zweite Möglichkeit beschreibt die Methode nach Kaninen [30]. Hierbei wird die Arbeit ermittelt, die notwendig ist, um einen Riss wieder zu schließen, nachdem er sich um einen bestimmte inkrementelle Länge erweitert hat.

Tullock, Reimanis, Graham und Petrovic [9] wählten zur Ermittlung der Energiefreisetzungsrate die Methode nach Kaninen [30] aus. Die erfolgreiche Anwendung der numerischen Methode, nämlich der Boundary Element Methode, hat gezeigt, dass sich numerische Verfahren sehr gut für die Untersuchung des Rissfortschrittes von faserverstärktem Werkstoffen eignen.

### Auswertung der analytischen Betrachtung nach He, Evans and Hutchinson hinsichtlich des kohlenstofffaserverstärkten Kohlenstoffs

He, Evans und Hutchinson [10] ermittelten auf analytischem Weg die Abhängigkeit des Energiefreisetzungsverhältnisses  $G_d/G_p$  von Restspannungen, die entweder radial auf das Interface wirken oder axial und damit senkrecht zum Matrixriss. Das geschilderte Verhalten von kohlenstofffaserverstärktem Kohlenstoff während der Herstellung kann mit Hilfe des Ansatzes zumindest qualitativ nachvollzogen werden:

**Unmittelbar nach der Karbonisierung bis ca. 1000°C** liegen im Interface aufgrund von Matrixschrumpfen in der Kohlenstoffmatrix radiale Druckspannungen vor. Der Wert  $\eta_n$  ist somit negativ. Der Matrixriss liegt unter Zugspannung, was mit einem positiven  $\eta_t$  in Verbindung steht. Gemäß Abb. 2-15 nimmt der Wert  $G_d/G_p$  ab, wenn der Wert  $\eta_n$  zunehmend negativer wird, was aufgrund einer Zunahme radialer Druckspannungen im Interface infolge von Matrixschrumpfspannungen verursacht wird.

Diese Matrixschrumpfspannungen bewirken schließlich, dass der Wert  $G_d/G_p$  das Bruchenergieverhältnis  $G_c^i/G_c^f$  unterschreitet. Tendenziell führt dies zu einer größeren Anfälligkeit der Faser gegenüber Risspenetration.

Die **zusätzliche Wärmebehandlung nach der Karbonisierung** vermindert die Schrumpfspannungen wieder. Der Werkstoff relaxiert. Der Wert  $\eta_n$  wird somit weniger negativ.  $G_d/G_p$  wächst an, was mit einer zunehmenden Tendenz zur Rissabzweigung im Faser-Matrixbereich einhergeht. Anhand dieses analytischen Ansatzes wird zumindest tendenziell das Verhalten des kohlenstofffaserverstärkten Kohlenstoffs geklärt. Eine quantitative Aussage kann jedoch nicht erfolgen, da auch hier wieder der Dundursparameter aufgrund von isotropen Werkstoffkomponenten ermittelt werden muss, was allerdings der orthotropen Kohlenstofffaser widerspricht.

#### Auswertung der analytischen Betrachtung nach Gupta und Martinez [11] hinsichtlich des kohlenstofffaserverstärkten Kohlenstoffs

Mit Hilfe der Analyse von Gupta und Martinez ist es möglich, den Einfluss der Orthotropie auf das Rissfortschrittsverhalten von C/C zu berücksichtigen. Hierfür werden folgende Materialkennwerte (auch für die quasidreidimensionale Berechnung des Verhältnisses  $G_d/G_p$ ) gemäß Tab. 2-1 verwendet:

Materialeigenschaften	Kohlenstofffaser	Glaskohlenstoffmatrix
$E_{  }$	225000 MPa	35000 MPa
$E_{\perp}$	15000 MPa	35000 MPa
$\mu_{  \perp}$	15000 MPa	14580 MPa
$\nu_{  \perp}$	0,2	$0,2 = \nu_{\perp  }$

Tab. 2-1: Materialeigenschaften von kohlenstofffaserverstärktem Kohlenstoff

Die Nachgiebigkeitsmatrix für den zweidimensionalen, orthotropen Fall sieht wie folgt aus:

$$S = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_{||}} & -\frac{\nu_{\perp||}}{E_{||}} & 0 \\ -\frac{\nu_{||\perp}}{E_{\perp}} & \frac{1}{E_{\perp}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\mu_{||\perp}} \end{bmatrix} \quad (2-86)$$

Die dimensionslosen Größen ( $\alpha$ ,  $\beta$ , etc.) ermitteln sich unter Anwendung der Gleichungen 2-48, 2-60, 2-61, 2-62 und 2-63 auf die Materialwerte gemäß Tab. 2-1. Daraus ergeben sich u.a. Werte (Tab.2-2) für die Bestimmung des Energiefreisetzungsratenverhältnisses  $G_d/G_p$ . Aus der graphischen Darstellung (Abb. 2-17) kann man durch Interpolation zwischen den Werten für  $\lambda_1$  von 0,1 und 0,02 für  $\lambda_1=0,067$  und dem  $\alpha$  von 0,248 einen Wert für  $G_d/G_p$  von 0,118 aus Abb. 2-17 (blaues Kreuz) ermitteln.

$\lambda_1$ (Faser)	0,067
$\rho$ (Faser)	1,162
$\alpha$ (C/C)	0,248
$G_d/G_p$ (aus Abb. 2-17)	0,118

Tab. 2-2: Bestimmung des Energiefreisetzungsratenverhältnisses

Es zeigt sich, dass die theoretischen Werte nach Gupta und Martinez [11, 22], die eine Orthotropie der Faser berücksichtigt, deutlich geringer sind als die, die nach der Theorie von He und Hutchinson [5] berechnet wurden. Offensichtlich spielt die Orthotropie der Faser eine wesentliche Rolle beim Rissfortschritt und darf somit nicht vernachlässigt werden. Dieser theoretische Ansatz behandelt allerdings keine Schrumpf- oder thermische Spannungen, wie sie während des „Processing“ auftreten. Die Werte sind daher ebenso wie die von He und Hutchinson [5] ermittelten Werte als Ausgangsgröße zu sehen und können nur eine Tendenz anzeigen.

#### Auswertung der analytischen Betrachtung nach Charalambides hinsichtlich des kohlenstofffaserverstärkten Kohlenstoffs

Charalambides [13] untersuchte den Einfluss von thermischen und mechanischen Spannungen. Hierbei wurde besonders auf thermische Restspannungen eingegangen, die beispielsweise nach der Herstellung im Faserverbundwerkstoff auftreten. Kohlenstofffaserverstärkter Kohlenstoff unterliegt unmittelbar nach der Karbonisierung bis 1000°C dem Einfluss hoher Matrixschrumpfspannungen. Im Gegensatz zu den Betrachtungen nach He, Evans und Hutchinson wird hier nicht der **resultierende Spannungszustand** an der Rissspitze (unmittelbare Spannungssingularität) betrachtet, sondern der Spannungszustand getrennt nach einer mechanischen und thermischen Belastung untersucht. Hierbei wird unterschieden, ob sich die thermische Belastung in Phase oder in Gegenphase mit der aufgebrachten mechanischen Belastung befinden.

Charalambides stellt in Abhängigkeit vom Phasenwinkel der Belastungen zwei Gleichungen für die Bestimmung des Energiefreisetzungsratenverhältnisses  $G_d/G_p$  auf. Die beiden Gleichungen 2-81 und 2-82 dienen somit in Abhängigkeit des Phasenwinkels zwischen thermischer und mechanischer Spannungen zur Bestimmung des Rissverhaltens. Um ein Problem zu analysieren, muss daher der Phasenwinkel für thermische und mechanische Spannungen für einen bestimmten Belastungszustand ermittelt werden. Anhand von Bruchdiagrammen ist der weitere Rissverlauf zu bestimmen.

Bei Matrixrissen, die sich senkrecht zur Faser befinden, befinden sich die thermischen Spannungen mit den mechanischen Spannungen nur dann in Phase, wenn der Matrixriss von einer dieser beiden Spannungen alleine hervorgerufen wird. Die thermische Spannung und die mechanische Spannung sind aber nicht in Phase, wenn sie gleichzeitig auf den Rissfortschritt des Matrixrisses einwirken und sich überlagern. Die Abhängigkeit vom Phasenwinkel wird noch größer, wenn Schubspannungen im Debondingbereich auftreten. Für diesen Fall sind dann komplexe Bruchdiagramme notwendig, anhand derer dann die Versagensart Faserbruch oder Debonding im Interfacebereich ermittelt wird.

Für den hier behandelten kohlenstofffaserverstärkten Kohlenstoff ist die Erstellung eines solchen Bruchdiagramms aufgrund der Komplexität der unterschiedlichen Einflüsse jedoch nur unter erheblichen Aufwand zu erstellen. Die Finite Element Methode stellt hier eine schnellere Alternative dar.

Im folgenden wird nun die Ermittlung der Energiefreisetzungsrate mit Hilfe der Methode der Finiten Elemente dargestellt.



## **2.12 Bestimmung der Energiefreisetzungsrate G mit Hilfe der Methode der finiten Elemente**

### **2.12.1 Allgemeines**

Gemäß Gleichung 2-8 besteht die Notwendigkeit, die Energiefreisetzungsrate bzw. die Bruchenergie der Faser und des Interfaces in Abhängigkeit von bestimmten Einflüssen (Temperatur und Restspannungen) zu bestimmen. Um die Energiefreisetzungsrate für den behandelten C/C-Werkstoff zu ermitteln, bedarf es der Methode der Finiten Elemente.

Grundsätzlich können für die Ermittlung der Energiefreisetzungsrate unterschiedliche Methoden verwendet werden.

- Ermitteln der Energiefreisetzungsrate anhand der Differenz der Gesamtenergie für zwei unterschiedliche Risslängen mit  $\Delta a \rightarrow 0$
- Ermitteln der Energiefreisetzungsrate nach Kaninen [30]
- Ermitteln der Steifigkeit für zwei unterschiedliche Risslängen.
- Änderung der Steifigkeitsmatrix während des Rissfortschritts
- Bestimmung des J-Integrals

Für die Problemstellung dieser Arbeit haben sich die beiden ersten als zweckmäßig herausgestellt. Diese werden im Anschluss ausführlich beschrieben. Vorher wird allerdings noch auf die grundsätzliche Vorgehensweise bei der Modellierung des Faserverbundwerkstoffes eingegangen.

### **2.12.2 Modellierung von Faserverbundwerkstoffen als Einzelfaserverbund**

Für die weiteren Betrachtungen des Rissfortschritts in C/C-Faserverbundwerkstoffen war es deshalb notwendig, geeignete Modelle zu schaffen. Mit Hilfe dieser Modelle ist es möglich, eine Beschreibung der Risserweiterung in Faserverbundwerkstoffen speziell in kohlenstofffaserverstärkten Kohlenstoff (C/C) darzustellen.

Grundlage aller FEM-Rechnungen war die Modellierung von Einzelfaserverbunden mit Hilfe des PRE-/POST-PROCESSORS PATRAN und anschließender Berechnung unter Verwendung des FEM-Programms MSC NASTRAN [31]. Um Rechenzeiten ohne Verringerung der Genauigkeit zu reduzieren, wurde aufgrund der Rotationssymmetrie nur eine zweidimensionale Rechnung durchgeführt. Die Verwendung von CTRIAX 6-Elementen (Ringelementen) erweitert die Rechnung praktisch zu einer quasidreidimensionalen.

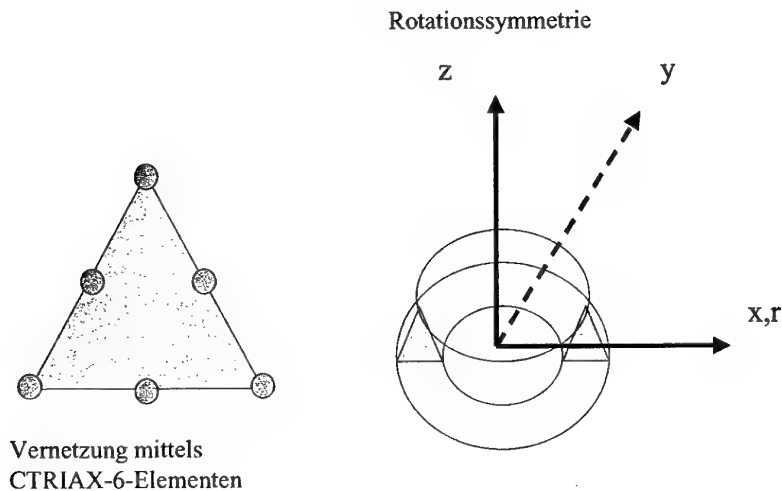


Abb. 2-23: CTRIAX-6 Element

Folgende Randbedingungen wurden verwendet: Die Knotenpunktsverschiebungen in der Rotationsachse des Modells wurden in  $y$ - und  $x, r$ -Richtung verhindert. Der untere Rand des Modells wurde nur in  $z$ - und  $y$ -Richtung arretiert. Der Rissfortschritt am unteren Modellrand wurde durch „Öffnen“ der Elemente Knoten für Knoten realisiert. Die Krafteinleitung erfolgte durch eine konstante Verschiebung am oberen Modellrand. Dazu wurde NASTRAN-seitig ein sogenanntes Multiple Point Constraint (MPC) angebracht, das eine konstante  $z$ -Verschiebung der oberen Knotenreihe ermöglicht. Die Belastung, die auf einen einzelnen Knoten (den unabhängigen) dieser Reihe angebracht wird, wird so über die einzelnen Knoten verteilt, dass eine einheitliche  $z$ -Verschiebung stattfindet.

Die Vernetzung wurde so gewählt, dass eine Verdichtung zum Interface sowohl von der Matrix als auch von der Faser her stattfand. Eine Verdichtung zum Rissgrund hin wurde ebenfalls realisiert.

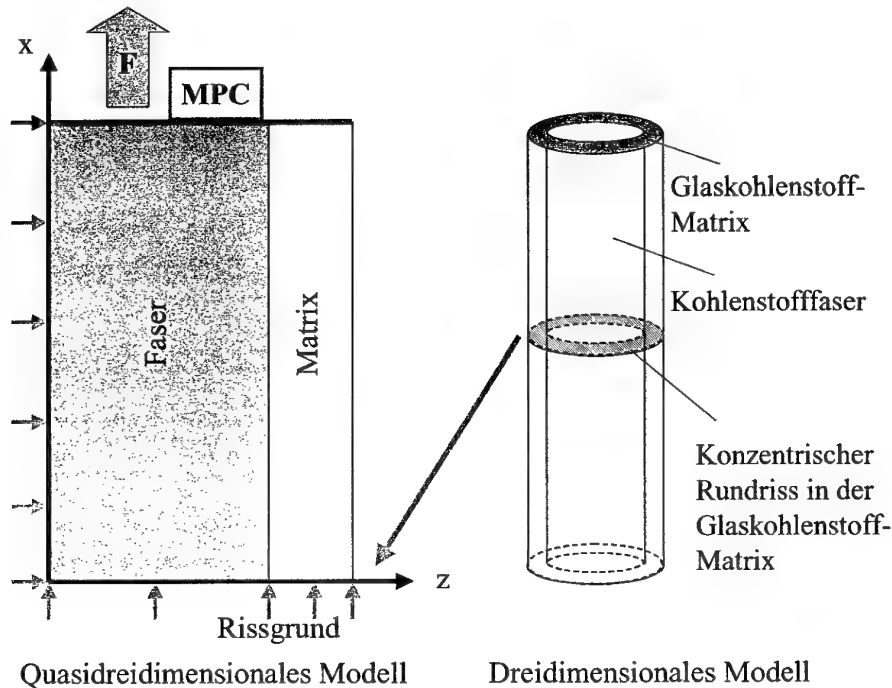


Abb.2-24: Modell

Im nächsten Abschnitt werden nun wie bereits erwähnt, die Methoden dargestellt, die eine Ermittlung der Energiefreisetzungsraten aus den Modellen ermöglichen.

### 2.12.3 Ermitteln der Energiefreisetzungsrates bei Rissfortschritt anhand der Gesamtenergie $W$ des Modells

Als erstes soll die Methode beruhend auf der Ermittlung der Gesamtenergie dargestellt werden. Anhand der FEM wurde vor und nach Rissfortschritt um eine Länge  $\Delta a$  die Gesamtenergie  $W$  des Modells ermittelt, die sich aus der Summe der äußeren und der inneren Energie ergibt. Die Gesamtenergie wird bei Verwendung des linear elastischen Solvers (NASTRAN, SOL 101) im Ergebnis-File (.f06-File) ausgegeben.

Die Energiefreisetzungsrate pro Einheitsdicke ermittelt sich wie folgt:

$$G(a + \frac{\Delta a}{2}) = \frac{W(a + \Delta a) - W(a)}{\Delta a} \quad (2-87)$$

Für das axialsymmetrische Zylindermodell wird die Energiefreisetzungsrate pro Flächenänderung  $\Delta A$  (mit  $\Delta A = 2\pi r \Delta a$ ) berechnet.

$$G(a + \frac{\Delta a}{2}) = \frac{W(a + \Delta a) - W(a)}{\Delta A} \quad (2-88)$$

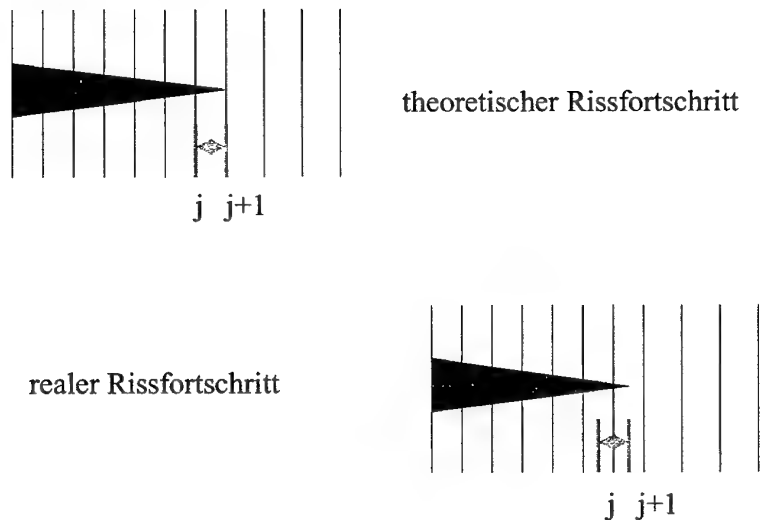


Abb. 2-25: theoretischer und realer Rissfortschritt

Die FE-Methode ermittelt aufgrund des quadratischen Verschiebungsansatzes im rotations-symmetrischen 6-Knoten Dreieckselement einen linearen Verlauf der Spannungen. Folglich ergibt die Energiefreisetzungsrate beim „Öffnen eines Elementes“ nicht die Energiefreisetzungsrate, die dem Rissfortschritt von dem Knoten  $j$  zum nächsten Knoten  $j+1$  entspricht. Dies ist nur der Fall, wenn  $G$  über die Knotenkräfte und der Knotenpunktverschiebungen ermittelt wird.

Man erhält somit nur die Energiefreisetzungsrate, die dem Rissfortschritt von Elementmitte zur nächsten Elementmitte frei wird.  $\Delta a$  stellt hierbei den Rissfortschritt in radialer Richtung dar, während  $r$  der effektive, momentane Radius von der Symmetrieachse bis zur Risspitze der Ausgangsrisslänge ist.

#### 2.12.4 Ermitteln der Energiefreisetzungsrate nach der Methode nach Kaninen

Als zweite Möglichkeit, die Energiefreisetzungsrate zu bestimmen, wird in diesem Abschnitt auf die Methode von Kaninen [30] eingegangen. Bisher wurde die Energiefreisetzungsrate direkt aus dem .f06 File gewonnen. Dies ist aber nur bei einer linearen Rechnung möglich. Der NASTRAN-Löser SOL 101 gibt die Gesamtenergie des Modells aus. Im weiteren Verlauf der Arbeit wird auch der Einfluss der Reibung im Interface untersucht werden. Dazu werden NASTRANseitig sog. GAP Elemente verwendet werden, die als Löser den SOL 106 für nicht lineare Berechnungen voraussetzen. Dieser errechnet jedoch nicht die Gesamtenergie des Modells, sodass auf eine andere Methode zurückgegriffen wird, die im folgenden beschrieben wird.

##### 2.12.4.1 Grundgleichungen

Im folgenden wird die Methode nach Kaninen beschrieben, die auf der Bestimmung der Energie beruht, die notwendig ist, um den Riss zu schließen. Die Energiefreisetzungsrate  $G$  kann durch folgende Gleichung ermittelt werden:

$$G = \frac{dW}{dc} - \frac{dU}{dc} \quad (2-89)$$

In Gleichung 2-89 ist  $U$  die Dehnungsenergie des Körpers pro Einheitsdicke,  $W$  ist die Arbeit der äußeren Kräfte pro Einheitsdicke und  $c$  ist die Risslänge. Die Beziehung zwischen  $G$  und dem Spannungsintensitätsfaktor für ein isotropes Material im ebenen Dehnungszustand wird nach Irwin [29] mit Hilfe des Riss-schließintegrals berechnet:

$$G = \frac{(1-\nu^2)}{E} K_I^2 + \frac{(1-\nu^2)}{E} K_{II}^2 \quad (2-90)$$

Die Methode, die hier beschrieben wird, beruht auf der direkten Berechnung des Riss-schließ-integrals und erlaubt  $K_I$  und  $K_{II}$  durch eine einzige Analyse zu berechnen. Sie setzt keine Berechnung von Spannungen voraus.

#### 2.12.4.2 Beschreibung der Methode

Nach Irwin [29] ist die freiwerdende Energie beim Rissfortschritt um ein infinitesimales  $\Delta c$  gleich der Arbeit, die notwendig ist, um den Riss zu seiner Ursprungslänge zu schließen. Bei der Benutzung eines Polarkoordinatensystems mit dem Ursprung an der erweiterten Riss-spitze wird diese Annahme in folgender Gleichung ausgedrückt:

$$G = \lim_{\Delta c \rightarrow 0} \frac{1}{2\Delta c} \int_0^{\Delta c} \sigma_y(\Delta c - r, 0) v(r, \pi) dr + \lim_{\Delta c \rightarrow 0} \frac{1}{2\Delta c} \int_0^{\Delta c} \tau_{xy}(\Delta c - r, 0) u(r, \pi) dr \quad (2-91)$$

Hierbei ist  $G$  die Energiefreisetzungsrate,  $\sigma$  und  $\tau$  die Spannungen in der Nähe der Riss-spitze,  $u$  und  $v$  sind die Rissöffnungsverschiebungen zwischen den Punkten der Riss-oberfläche.  $\Delta c$  ist die Riss-erweiterung an der Riss-spitze. Die Integrale sind Ausdrücke für die Energie-freisetzungsrate für den Mode I und Mode II. Folglich kann die o.a. Gleichung auch wie folgt geschrieben werden:

$$G_I = \lim_{\Delta c \rightarrow 0} \frac{1}{2\Delta c} \int_0^{\Delta c} \sigma_y(\Delta c - r, 0) v(r, \pi) dr \quad (2-92)$$

$$G_{II} = \lim_{\Delta c \rightarrow 0} \frac{1}{2\Delta c} \int_0^{\Delta c} \tau_{xy}(\Delta c - r, 0) u(r, \pi) dr \quad (2-93)$$

Hierbei sind  $G_I$  und  $G_{II}$  die Energiefreisetzungs-raten für den Mode I bzw. Mode II. Einen Ausdruck, um den Zusammenhang zwischen  $G_I$  und  $K_I$  zu erhalten, wird durch Einbeziehen Westergaard's Gleichung [32] für die Spannungen und Verschiebungen im Rissgrund in die o.a. Gleichung erreicht. Nach einer Grenzwertbetrachtung erhält man:

$$G_I = \frac{K_I^2}{E} \phi \quad (2-94)$$

$$G_{II} = \frac{K_{II}^2}{E} \phi \quad (2-95)$$

Hierbei sind  $\nu=1$  für den ebenen Spannungs- und  $1-\nu^2$  für den ebenen Verzerrungszustand und E stellt den Elastizitätsmodul dar.

Die Energiefreisetzungsrate kann nun anhand der Knotenkräfte und Verschiebungen ermittelt werden (siehe Abb. 2-26).

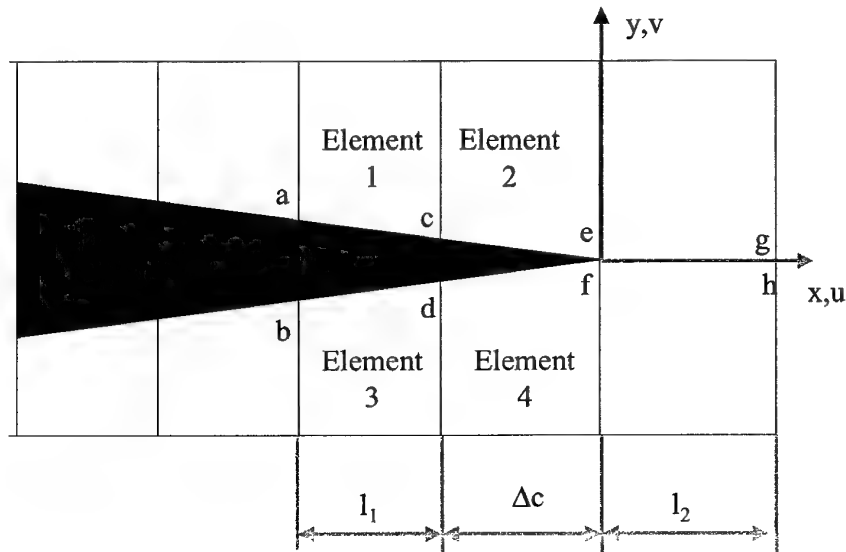


Abb.2-26: Energiefreisetzungsrate nach Kaninen

Physikalisch kann das Integral als die Arbeit interpretiert werden, die notwendig ist, um einen Riss zu schließen. Diese ermittelt sich aus der Knotenkraft F und der Verschiebungsdifferenz. In der FEM-Berechnung ist die Arbeit die Hälfte des Produktes aus der Kraft bei c und d und der Verschiebungen zwischen c und d, nachdem der Riss sich um einen Knotenabstand erweitert hat. Dies erfordert zwei Berechnungen:

- Ermittlung von  $F_c$  und  $T_c$
- Bei erweitertem Riss ( $\Delta c$ ) wird die Verschiebung von c und d berechnet.

$$G_I = \lim_{\Delta c \rightarrow 0} \frac{1}{2\Delta c} F_c (v_c - v_d) \quad (2-96)$$

$$G_{II} = \lim_{\Delta c \rightarrow 0} \frac{1}{2\Delta c} T_c (u_c - u_d) \quad (2-97)$$

Für die Berechnung wird ein Wert von  $\Delta c$  gewählt, der in der Abb. 2-26 angegeben ist. Die Werte von F und T entsprechen den y- und x-Kräften, die notwendig sind, um c und d zusammenzuhalten. Bei der Berechnung von F und T ist es notwendig, dass  $l_2$  und  $\Delta c$  die **gleiche Länge** ( $\Delta c \ll$  Ursprungsriszlänge) besitzen, da ansonsten eine Ausgleichrechnung notwendig ist [30]. Die Elemente 1,2,3,4 sollten ebenfalls gleich groß sein.

#### **2.12.5 Zusammenfassung der beiden Methoden**

Im folgenden wird die Methode der Gesamtenergie für die Fälle angewendet, die eine absolute Haftung zwischen Faser und Matrix voraussetzen. NASTRANseitig wird hier immer die Gesamtenergie des Modells berechnet.

Die Methode nach Kaninen wird im folgenden ausschließlich für die Fälle verwendet, bei der Nichtlinearitäten berücksichtigt werden müssen (Reibung), die zwischen Faser und Matrix Reibung zulassen. Diese Methode ist aufwendiger. Sie muss jedoch bei den reibungsbehafteten Modellen verwendet werden, da hierbei keine Gesamtenergie des Modells seitens NASTRAN ausgegeben wird.



### 3. Aufgabenstellung

In der vorliegenden Arbeit soll das Rissausbreitungsverhalten von kohlenstofffaserverstärktem Kohlenstoff beschrieben werden. Als Grundlage der Arbeit dienen experimentelle Ergebnisse, die im Rahmen eines DFG-Vorhabens an unterschiedlichen C/C-Werkstoffen erzielt wurden [1].

Ziel der vorliegenden Arbeit ist es nun hauptsächlich mit Hilfe der Methode der Finiten Elemente zu klären, welche Werkstoffparameter verantwortlich für die dargestellte Festigkeitsentwicklung von C/C sind. Der Zusammenhang zwischen Festigkeit von C/C (Abb.2-4) und den Eigenschaften der Komponenten des Verbundes (Faser, Matrix und Faser-Matrix-Grenzfläche) ist äußerst komplex, da die Eigenschaften der Komponenten beim Processing einen stetigen Wandel erfahren.

Zu der geringen Festigkeit nach der Karbonisierung könnten folgende Phänomene beitragen:

- Schrumpfspannungen in der Matrix vergrößern die Wahrscheinlichkeit eines Faserbruchs
- Sprödes mechanisches Verhalten der Glaskohlenstoffmatrix verursacht Matrixrisse, die in die Faser penetrieren, und somit zu einer Schwächung des Gesamtverbundes führen
- Degradation der Faser bewirkt eine Festigkeitsabnahme der Faser
- Perfekte Haftung zwischen Matrix und Faser verhindert Abbau von Spannungen und führt damit zu einer Schwächung des Gesamtverbundes unter Mode I-Belastung

Die nachfolgende Erholung nach einer zusätzlichen Behandlung oberhalb von 1000 °C könnte durch folgende Phänomene zu erklären sein:

- Relaxation der Matrixschrumpfspannungen
- Graphitierung der Glaskohlenstoffmatrix wodurch Rissabzweigen ermöglicht wird.
- Erholung der Faserfestigkeit aufgrund einer verstärkten Graphitierung der Faser
- Enthftung, sodass Kraftübertragung zwischen Faser und Matrix nur durch Coulombsche Reibung oder andere Effekte (ionische, elektrostatische, chemische Bindung etc.) möglich ist.

## **4. Berechnungen und Versuche**

### **4.1 Allgemeines**

Die folgenden Abschnitte stellen nun die Berechnungen und Versuche dar, die notwendig waren, um die herstellungsbedingten Einflüsse auf das Bruchverhalten von kohlenstofffaser verstärktem Kohlenstoff zu ermitteln.

Als erstes wird dazu ein Finite Element Modell entwickelt, mit dem die Eigenschaften des kohlenstofffaserverstärkten Kohlenstoffs gut wiedergegeben werden. Die Güte des Modells wird anhand der bereits besprochenen theoretischen Ergebnisse überprüft.

Anschließend erfolgt die Ermittlung der Bruchenergie der Faser  $G_c^f$  und des Interfaces  $G_c^i$  für den kohlenstofffaserverstärkten Kohlenstoff. Dabei werden für die Faser Ergebnisse aus einem Druckscherversuch [33-37] und für das Interface die Ergebnisse aus einer FEM-Berechnung auf Grundlage der theoretischen Betrachtungen von Honjo und Shindo [8] bzw. Ochiai und Osamura [7] ausgewertet.

Die Hauptarbeit wird darin bestehen, Aussagen über das Bruchverhalten bzw. den Rissfortschritt des Matrixrisses nach Auftreffen auf das Interfaces zu erhalten. Dazu müssen in Abhängigkeit von verschiedenen Eigenschaften, die sich aufgrund des Processings im Werkstoff einstellen, die Energiefreisetzungsraten für Penetration  $G_p$  und Rissabzweigung  $G_d$  bestimmt werden.

Sowohl für die Bestimmung der Bruchenergien als auch der Energiefreisetzungsraten mit Hilfe der Finiten Element Methode werden dann die zwei bereits besprochenen Methoden angewendet.

Eine Methode nach Kaninen [30] wird im folgenden bei Rechnungen verwendet, die keine Haftung zwischen Faser und Matrix voraussetzen. Die andere Methode berechnet aus der Differenz der Gesamtenergie vor und nach dem Rissfortschritt die Energiefreisetzungsrate. Diese Methode eignet sich gut für die Berechnung der Bruchenergien und dient zur Bestimmung der Energiefreisetzungsraten unter der Annahme einer perfekten Haftung zwischen Faser und Matrix.

## **4.2 Modellierung der Risserweiterung in einem zylindrischen Faser-/Matrixmodell und Verifikation mit bekannten Lösungen**

### **4.2.1 Allgemeines**

Grundlage für die weitere Vorgehensweise ist die Erstellung eines Modells für die Methode der Finiten Elemente. Mit Hilfe dieses Modells können im weiteren Verlauf die Eigenschaften des kohlenstofffaserverstärkten Kohlenstoffs untersucht werden. Es ist jedoch unabdingbar, dieses Modell anhand der bereits bekannten Lösungen von He und Hutchinson [5] auf seine Richtigkeit zu überprüfen.

### **4.2.2 Generieren eines Modells mit dem FEM Pre-/Postprozessor PDA/PATRAN**

Für die weiteren Betrachtungen des Rissfortschritts in kohlenstofffaserverstärktem Kohlenstoff (C/C) war es deshalb notwendig, ein geeignetes Modell zu schaffen. Tullock et al. [9] nutzte für die Nachrechnung der von He und Hutchinson [5] ermittelten Werte die Boundary Element Methode. Diese Nachrechnung bestätigte die Anwendbarkeit der BEM für dieses Problem.

In dieser Arbeit wird die Finite Element Analyse verwendet, um die herstellungsbedingten Einflüsse auf den Rissverlauf zu untersuchen. Dazu wird ein entsprechendes Modell erzeugt. Mit Hilfe dieses Modells soll zuerst nachgewiesen werden, dass die Finite Element Analyse ein geeignetes Verfahren zur Beschreibung der Risserweiterung in Faserverbundwerkstoffen speziell in kohlenstofffaserverstärkten Kohlenstoff (C/C) darstellt. Zunächst wird nachgewiesen, dass mit der FEM einfache Rissprobleme, für die es eine analytische Lösung gibt, beschrieben werden können, wie z.B. für eine Rundprobe mit konzentrischem Außenriss. Hierbei wird die „Werkstoffkombination“ als isotrop und homogen angenommen. Für den Rundstab mit Außenriss soll die FE-Lösung mit der analytischen Lösung verglichen werden:

- Abhängigkeit der Energiefreisetzungsrate von der Risslänge  $a$  und Vergleich mit der Lösung eines konzentrischen Rissfortschritts beim Rundstab [38]
- Das Verhältnis der Energiefreisetzungsraten  $G_d/G_p$  beträgt 0,25 für einen Dundursparameter  $\alpha = 0$  (Fasermaterial = Matrixmaterial) gemäß He und Hutchinson [5, 25, 26, 27].

Das Finite Element Modell wurde hinsichtlich seiner Dimensionen für die Darstellung eines Einzelfaserverbundes aus kohlenstofffaserverstärktem Kohlenstoff ausgelegt. Der Einzelfaserverbund hat einen Außendurchmesser von  $8,62\text{ }\mu\text{m}$  (Matrix). Die Faser hat einen Durchmesser von  $6,95\text{ }\mu\text{m}$ . Damit wird ein Faservolumenanteil von 65 % realisiert. Durch die Verwendung von CTRIAX6-Elementen wird ein quasidreidimensionales Modell geschaffen. Der Rissfortschritt am unteren Modellrand wurde durch die Aufhebung der Randbedingung  $z=0$  („Öffnen der Elemente“) Knoten für Knoten realisiert. Die Modellhöhe von  $20,83\text{ }\mu\text{m}$  wurde gewählt, damit Störspannungen als Folge des Risses vor dem Modellende ausklingen. Die Krafteinleitung von (willkürlich gewählten)  $100000\text{ N}$  erfolgt durch eine konstante "Verschiebung" am oberen Modellrand, die mit Hilfe von NASTRAN durch ein Multi Point Constraint (MPC) realisiert wurde. Die Vernetzung wurde so gewählt, dass eine Verdichtung zum Interface sowohl von der Matrix als auch von der Faser her stattfand. Eine Verdichtung zum Rissgrund ist ebenfalls vorhanden (Abb. 4-1). Um die Genauigkeit der Finite-Element-Berechnung zu ermitteln und die erhaltenen Energiefreisetzungsraten bei Rissfortschritt mit den analytischen Werten für die Probe aus einem isotropen Werkstoff mit konzentrischer Außenkerbe zu vergleichen, war es notwendig, dass beide Bereiche, Matrix und Faser die gleichen Materialwerte (Tab.4-1) erhalten.

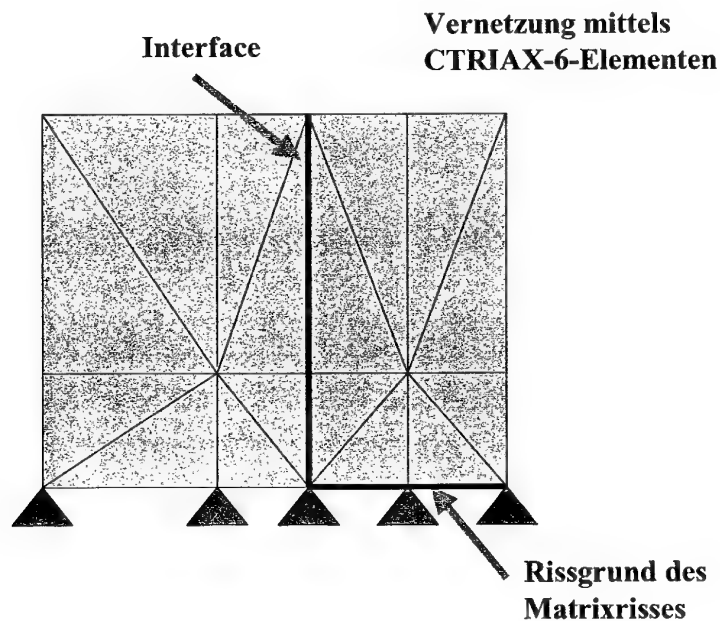


Abb.4-1: Ausschnittvergrößerung des Modells am Rissgrund

	Faser	Matrix
Elastizitätsmodul	$E_f = 35000 \text{ Mpa}$	$E_m = 35000 \text{ Mpa}$
Querkontraktionszahl	$\nu_f = 0,2$	$\nu_m = 0,2$
Wärmeausdehnungskoeffizient	$\alpha_f = 3,5 \cdot 10^{-6} \text{ 1/K}$	$\alpha_m = 3,5 \cdot 10^{-6} \text{ 1/K}$

Tab.4-1: Materialwerte für den Rundstab

Nach dem Abringen der Zugbelastung wurde mit Hilfe einer Finite-Element-Rechnung vor und nach Rissfortschritt um eine Länge  $\Delta a$  die Gesamtenergie  $W$  des Modells ermittelt, die sich aus der Summe der äußeren und der inneren Energie ergibt. Aus der Differenz der beiden Gesamtenergien konnte dann, wie bereits erwähnt, jeweils die Energiefreisetzungsrate für den inkrementellen Rissfortschritt<sup>3</sup> ermittelt werden.

#### 4.2.3 Vergleich der Energiefreisetzungsrate $G_p$ der FEM-Rechnung mit der Lösung für den Rundstab mit konzentrischem Riss

In der Literatur [38] wird für den Rundstab mit konzentrischem Riss eine analytische Lösung für homogenes, isotropes Material angegeben. In der Bruchmechanik wird anhand dieser Lösung für diese Zugprobe der Spannungsintensitätsfaktor ermittelt. Die Abb. 4-2 zeigt die Abmessungen der Rundprobe. Die Literatur gibt für diesen konzentrischen Riss folgende Abhängigkeit zwischen Spannungsintensitätsfaktor  $K_I$  und der Ligamentlänge  $a$  an:

<sup>3</sup> Unter der Berücksichtigung der von He und Hutchinson [5] gemachten Aussagen bezüglich der Grenzwertanalyse der Energiefreisetzungsraten bei Annäherung ans Interface gemäß 2.6.5 kann die Finite Element Methode für die Anwendung der Methode der Änderung der Gesamtenergie erfolgen. Gemäß He und Hutchinson ist es für die Berechnung von  $G_d/G_p$  nämlich unerheblich, welche inkrementellen Rissfortschritt am Interface gewählt wird. Die Wahl der inkrementellen Rissfortschrittsweite bei der Bestimmung der Energiefreisetzungsraten sind für eine geringe Abweichung des Exponenten der Spannungssingularität  $\lambda$  von  $\frac{1}{2}$  nämlich unerheblich. Eine Abhängigkeit von der Rissfortschrittsweite  $a$  verschwindet nämlich für  $\lambda \approx 1/2$  gemäß Gleichung 2-14 und 2-18. Der Wert  $\lambda$  wurde für den kohlenstofffaserverstärkten Kohlenstoff mit 0,49 bestimmt. Dieser Wert weicht um nur 2% von 0,5 ab. Aus diesem Grund ist ein signifikanter Einfluss von der Rissfortschrittsweite  $a$  nicht gegeben. Die Finite Element Berechnung lässt somit bei der Methode der Gesamtenergie gute Ergebnisse erwarten.

$$K_I = \frac{P}{b^2 \pi} \sqrt{(b-a)\pi} \left(\frac{b}{a}\right)^{\frac{3}{2}} \left\{ 0,5 + 0,25 \left(\frac{a}{b}\right) + 0,187 \left(\frac{a}{b}\right)^2 - 0,181 \left(\frac{a}{b}\right)^3 + 0,360 \left(\frac{a}{b}\right)^4 \right\} \quad (4-1)$$

Aus dem Spannungsintensitätsfaktor  $K$  wird für homogenes Material die Energiefreisetzungsrates nach folgender Gleichung ermittelt:

$$G = \frac{K_I^2}{E} \quad (4-2)$$

wodurch mit Hilfe von Gleichung 4-1 und 4-2 die Abhängigkeit zwischen Energiefreisetzungsrates und relativer Risslänge  $a_R/b = 1-a/b$  bekannt ist.

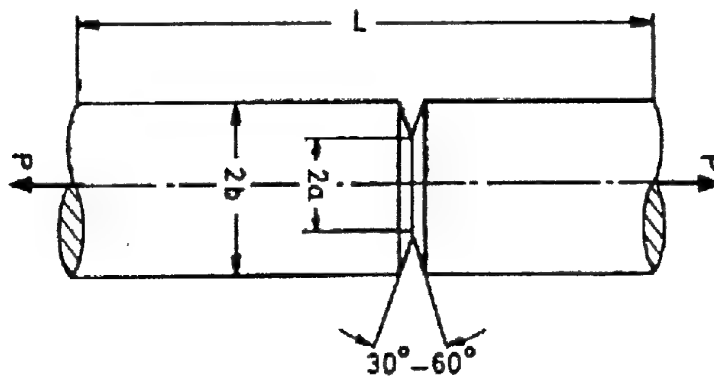


Abb.4-2 Geometrie der Rundprobe

Die Abb. 4-3 stellt die ermittelten Werte der analytisch ermittelten Energiefreisetzungsrates für den Rundstab und der aus der FEM-Rechnung stammenden Werte gegenüber. Hierbei wurde einmal eine Berechnung mit Hilfe von CTRIAX 6-Elementen durchgeführt, womit ein quasidreidimensionales Modell beschrieben wird. Als Referenz wurde zusätzlich ein 3D-Modell gegenübergestellt.

**Grundsätzlich** zeigt sich eine gute Übereinstimmung zwischen den Werten aus der analytischen Lösung für den Rundstab und den FEM-Rechnungen. Die Werte aus der analytischen Lösung für den Rundstab sind jedoch um ca. 6% im Schnitt höher als die aus den FEM-Rechnungen. Weiterhin zeigt sich, dass die Lösungen der CTRIAX-6 eine ausreichende Genauigkeit im Vergleich zu den dreidimensionalen Ergebnissen aus der 3D-HEX Vergleichsrechnung bieten. Somit kann die zweidimensionale (quasidreidimensionale) Rechnung für die weiteren Berechnungen genutzt werden. Auffallend ist hierbei ein ZICK-ZACK-förmiger Verlauf. Dies ist vermutlich auf die Eigenschaften der Elemente zurückzuführen.

$a_R$	FE-2D-CTRIAX6	Rundstab	FE 3D-HEX, grob	FE 3D-HEX, fein
0,0247			23,47	
0,025		35,68		
0,0747			89,82	
0,075		110,14		
0,1125	110,31			
0,1246			169,63	
0,125	181,6	191,97		
0,1625	168,05			
0,1746			260,5	
0,175	260,2	285,9		
0,215				360,8
0,2246			368,2	
0,225	385,86	398,28		380,8
0,2746			500,56	
0,235				404,5
0,245				429,5
0,255				455,8
0,265				483,2
0,275	493,07	537,86		511,6
0,3245			668,8	
0,325		717,3		

Tab. 4-2: Vergleich der Energiefreisetzungsrate ermittelt mit Hilfe von Gleichung 6-1 und der FEM-Rechnung für isotropes Material

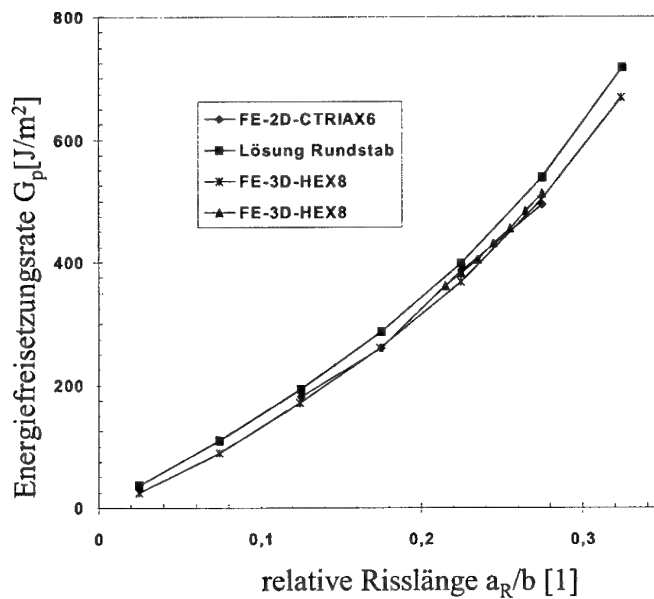


Abb. 4-3: Vergleich der analytischen Lösung und FEM-Rechnung

#### 4.2.4 Überprüfen des FEM-Modells mit den Ergebnissen von He und Hutchinson

Gemäß den analytischen Betrachtungen von He und Hutchinson [5] beträgt für einen Dundursparameter von  $\alpha=0$  (Fasermaterial = Matrixmaterial) das Verhältnis der Energiefreisetzungsraten  $G_d/G_p$  ca.  $\frac{1}{4}$  [5, 25, 26, 27]. Dieses Ergebnis muss ebenfalls mit den vorher beschriebenen Modellen erreicht werden, bevor eine Erweiterung auf die Werkstoffkombination C/C möglich ist. Hierzu sind zwei Arten von Rissverläufen mit Hilfe der Methode der Finiten Elemente zu berechnen:

- Rissverlauf vom Modellrand (Matrixbereich) und Durchstoßen des Interfaces in den Faserbereich (Penetration)
- Rissabzweigen ins Interface; der Riss ändert seine Richtung um  $90^\circ$  und verläuft entlang des Interfaces weiter.

Pro infinitesimalen Rissfortschritt war jeweils eine Rechnung notwendig, bei der die entsprechende Energiefreisetzungsraten nach Gleichung 2-87 und 2-88 ermittelt wurde. Für die Ermittlung der Energiefreisetzungsraten bei Rissfortschritt am unteren Modellrand mussten die Werte aus der FEM-Berechnung noch mit dem Faktor zwei multipliziert werden, da die ermittelte Energie im Modell nur die Hälfte der tatsächlichen Energie darstellt. Für die Ermittlung der Energiefreisetzungsraten beim Abzweigen des Risses ins Interfaces wird ein Interfacerriss durch die Verdopplung der jeweiligen Knoten in diesem Bereich erzeugt. Eine Multiplikation mit dem Faktor 2 der Energiefreisetzungsraten für die Rissabzweigung ist nicht erforderlich, da die Energieänderung  $\Delta W$  sich als Folge der berücksichtigten Risserweiterung  $\Delta a_R$  nur im betrachteten (halben) Modell abspielt.

relative Risslänge $a_R/b$ [1]	Energiefreisetzungsraten $G_p$ bei Penetration [J/m <sup>2</sup> ]	Energiefreisetzungsraten $G_d$ bei Rissabzweigung [J/m <sup>2</sup> ]
0,827	330,92	
0,850	362,16	
0,8740	355,74	
0,899	389,01	
0,926	384,93	
0,830		81,60
0,854		70,61
0,879		65,52
0,905		65,77

Tab.4-3: Energiefreisetzungsraten für einen außengekerbten Rundstab (Werkstoff, isotrop)



Die folgende Abb. 4-4 zeigt die Energiefreisetzungsrate in  $\text{J/m}^2$  für zwei mögliche Rissverläufe. Der Riss wächst von einer relativen Risslänge  $a_R/b=0,72$  bis auf  $a_R/b=0,82$  an. Am Interface  $a_R/b=0,82$  (Grenze zwischen Faser und Matrix, die aber aus gleichem Material bestehen) wurde das Problem in zwei Rechnungen aufgespaltet. Die Energiefreisetzungsrate  $G$  wurde für den Fall des um  $90^\circ$  abzweigenden Risses (Deflection) bzw. für den weiterhin penetrierenden Riss (Penetration) ermittelt.

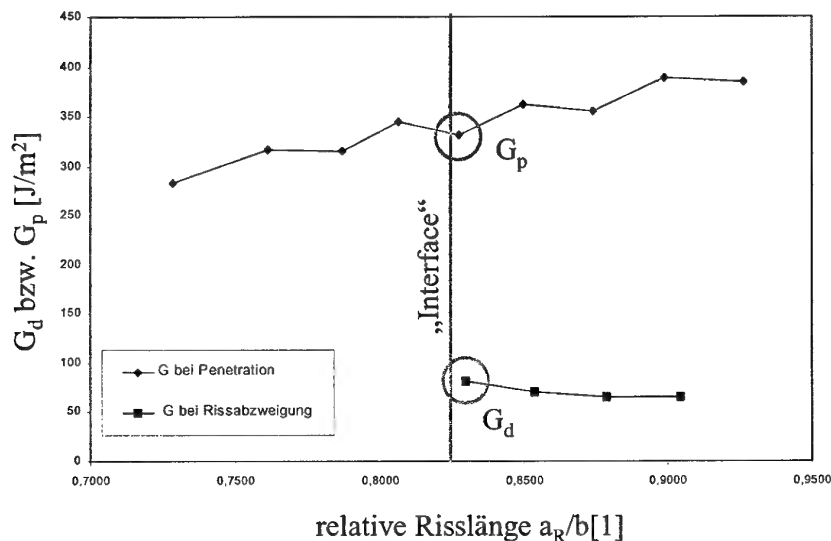


Abb.4-4: Energiefreisetzungsrate bei Penetration und Deflection

#### 4.2.5 Zusammenfassung der Verifikation des FEM-Modells mit bekannten Lösungen

Die Energiefreisetzungsrate des penetrierenden Risses ist am Interface stetig, da sich die Materialeigenschaften nicht ändern. Erst bei der Erweiterung des Modells in den folgenden Kapiteln auf ein System aus zwei Komponenten wird dort in der Energiefreisetzungsrate eine Unstetigkeit auftreten. Die Abb. 4-4 vergleicht die Energiefreisetzungsrate für die folgenden Fälle:

- Rissabzweigung entlang des Interfaces (Deflection)
- Durchstoßen des Interfaces und Eindringen in die Faser (Penetration)

Charakteristisch ist, dass die Energiefreisetzungsrate bei Penetration um den Faktor 4 höher gegenüber der bei Rissabzweigung (Deflection) liegt. Weiterhin ist zu bemerken, dass die Energiefreisetzungsrate bei Rissabzweigung im betrachteten Bereich bei weiterem Rissfortschritt abnimmt, wohingegen sie bei Penetration leicht zunimmt. Vergleicht man die Werte der Energiefreisetzungsrate von Rissabzweigung  $G_d$  mit denen von Penetration  $G_p$ , so ergeben sich folgende Werte:

$G_d$ am Interface bei Rissabzweigung:	81,59 J/m <sup>2</sup>
$G_p$ am Interface bei Penetration:	330,91 J/m <sup>2</sup>

Der Quotient der beiden Energiefreisetzungsrate aus Deflection und Penetration,  $G_d/G_p$ , wird somit mit dem Wert 0,246 ermittelt.

Der Wert von 0,25, der aus der analytischen Betrachtungen von He und Hutchinson [5, 25, 26, 27] ermittelt wurde, konnte anhand dieser FEM-Rechnung für das homogene isotrope Material mit einem Fehler von 1,6% bestätigt werden. Die Genauigkeit des Ergebnisses zeigt, dass die gewählte Risslänge  $\Delta a_R$  in unmittelbarer Umgebung um das Interface für die Berechnung  $G_d/G_p$  ausreichend ist.

Somit ist nachgewiesen, dass das Finite Elemente Modell für einen Dundursparameter  $\alpha=0$  (Fasereigenschaft = Matriceigenschaft) zu zuverlässigen Ergebnissen führt.

In den anschließenden Kapiteln werden nun folgende Werte bestimmt, mit denen es möglich ist, Aussagen über den Rissfortschritt in kohlenstofffaserverstärkten Kohlenstoff zu erhalten:

- Ermitteln der Bruchenergie der Faser  $G_c^f$
- Ermitteln der Bruchenergie des Interfaces  $G_c^i$
- Ermitteln der Energiefreisetzungsrate für Rissabzweigen  $G_d$
- Ermitteln der Energiefreisetzungsrate für Risspenetration  $G_p$

### 4.3 Ermitteln der Bruchenergie $G_c^f$ der Kohlenstofffaser

Wie bereits erwähnt, müssen die Bruchenergien der Faser  $G_c^f$  und des Interfaces  $G_c^i$  ermittelt werden, um eine Aussage über die Art des Rissfortschrittes zu erhalten. Diese Bruchenergien werden zu diesem Zweck mit den Energiefreisetzungsraten verglichen, um eine Aussage zu treffen, ob eine Rissabzweigung am Interface stattfindet oder ein Faserbruch stattfindet. Zunächst wird hierzu die Bruchenergie der Faser  $G_c^f$  ermittelt.

#### 4.3.1 Allgemeines

Ausgehend von Literaturdaten wird nun die Bruchenergie für die Kohlenstofffaser bestimmt. Ochiai und Osamura [7] und Honjo und Shindo [8] haben eine Berechnungsmethode veröffentlicht, die auf der Grundlage der „Shear lag analysis“ beruht.

Anhand von Titancarbid-beschichteten Siliziumcarbidfasern und Titancarbid-beschichteten Kohlenstofffasern wurde die Spannung ermittelt, die zu Faserbruch führt.

Die TiC-Schichtdicken der SiC-Faser lagen im Bereich von 0,003  $\mu\text{m}$  und waren deutlich geringer als die der C-Fasern (über 0,010  $\mu\text{m}$ ). Hierbei zeigte sich bei den Kohlenstofffasern eine Abhängigkeit der Bruchspannung von der Schichtdicke des TiC. Die Abnahme der Faserfestigkeit zeigte folgende Proportionalität bei der Kohlenstofffaser:

$$\sigma_{UTS} \approx \frac{1}{\sqrt{a_{TiC}}} \quad (4-3)$$

Dagegen wurde bei den Siliziumcarbidfasern keine Abhängigkeit der Bruchspannung von der TiC-Schichtdicke bestimmt. Nach Entfernen der TiC-Schicht stellte sich bei der C-Faser die ursprüngliche Faserfestigkeit der unbehandelten Ausgangsfaser ein.

Die Erklärung für dieses Verhalten liegt darin, dass bei einer guten Haftung zwischen Faser und Matrix ein Bruch der Beschichtung zu einem vorzeitigen Faserversagen führt. Dieser Effekt tritt jedoch nur auf, wenn eine kritische Defektgröße, die hierbei durch die Schichtdicke  $a_{TiC}$  bestimmt wird, überschritten wird.

#### 4.3.2 Überlegungen nach Honjo und Shindo [8]

Versagen der Faserbeschichtung („Fibercoating“) infolge seiner geringen Bruchdehnung kann frühzeitig Faserbruch auslösen. Die Festigkeit der Faser  $\sigma_{fu}$  ist in diesem Fall eine Funktion der Dicke  $a$  der Faserbeschichtung:

$$\sigma_{fu} = \frac{1}{1.12} \sqrt{\left( \frac{E_f G_c^f}{\pi a} \right)} \quad \text{für } a > a_c \quad (4-4)$$

Nach Substitution der kritischen Größe  $a_c$  ergibt sich folgender Ausdruck für  $a_c$ :

$$a_c = \left( \frac{1}{1.12 \sigma_{fu}^0} \right)^2 \frac{E_f G_c^f}{\pi} \quad (4-5)$$

$\sigma_{fu}^0$  stellt hierbei die Faserfestigkeit ohne Faserbeschichtung,  $E_f$  den Elastizitätsmodul und  $G_c^f$  die kritische Energiefreisetzungsrate, die sog. Bruchenergie der Faser dar.

Wenn die Dicke der Faserbeschichtung kleiner als die kritische Größe  $a_c$  ist, bleibt die Faserfestigkeit unbeeinträchtigt. Es gilt folgende triviale Beziehung:

$$\sigma_{fu} = \sigma_{fu}^0 \quad \text{für } a < a_c \quad (4-6)$$

Die kritische Dicke des Faserüberzuges  $a_c$  repräsentiert den Grenzwert, unterhalb dem die Faser aufgrund von inneren Defekten (z.B. Fehlstellen, Porenbildung etc.) versagt und ihre Festigkeit gleich der Festigkeit der unbehandelten Faser ist.

Die Gleichung 4-4 und 4-5 sind für den ebenen Spannungszustand dargestellt. Die Gleichungen 4-4 bis 4-6 gelten für den Spezialfall, dass die elastischen Eigenschaften der Faserbeschichtung identisch zu denen der Faser sind. Wenn die Eigenschaften des Faserüberzuges sich von denen der Faser unterscheiden, ist die Bestimmung der Faserfestigkeit mit Hilfe der o.a. Gleichung prinzipiell nicht möglich.

Nach Osamura und Ochiai [7] führen ein großer E-Modul und eine große Schichtdicke des Faserüberzuges zu einer erheblichen Reduktion der Faserfestigkeit. Wie bereits erwähnt wurde anhand von TiC-beschichteten Kohlenstoff- bzw. Siliziumcarbidfasern diese Gesetzmäßigkeit bestimmt [7]. Dabei wurde allerdings die **Faser als isotrop** angenommen. Auch thermische Spannungen wurden nicht berücksichtigt.

Im folgenden wird die Finite Element Methode für die Berechnung der Faserfestigkeit von beschichteten **orthotropen Kohlenstofffasern unter Berücksichtigung thermischer Spannungen** verwendet. Anhand der Ergebnisse von Ochiai und Osamura [7] erfolgt zuvor eine Verifizierung. Anschließend wird die Methode auf die von mir untersuchten Kohlenstofffasern umgesetzt.

#### 4.3.3 Verifizierung des finiten Element Modells anhand der Literatur

Im folgenden wird ein Finite Element Modell entwickelt, um die von Osamura und Ochiai [7] durchgeführten Berechnungen nachzuvollziehen und anschließend auf die orthotrope Faser unter Berücksichtigung der thermischen Spannungen zu erweitern. Mit Hilfe dieser Erweiterung lässt sich dann iterativ sowohl die Bruchenergie der Faser als auch die kritische Risslänge ermitteln.

#### 4.3.4 Verifizierung der Berechnungen von Ochiai und Osamura

FEM-Modelle von TiC-beschichteten Kohlenstofffasern (Faserradius 3,475  $\mu\text{m}$ ) mit mehreren Schichtdicken wurden erzeugt. Wie bereits beschrieben wurde hierbei ein Einzelfaser-verbund als quasizweidimensionales Modell entwickelt. Die Ergebnisse von Ochiai [7] gemäß Abb. 4-5 und die Materialdaten nach Tabelle 4-4 dienen als Ausgangsdaten.

TiC-Beschichtung	C-Faser
$E = 440000 \text{ MPa}$	$E = 225000 \text{ MPa}$
$\nu = 0,17$	$\nu = 0,2$
$\alpha = 7,4 \cdot 10^{-6} \text{ 1/K}$	$\alpha = 1 \cdot 10^{-6} \text{ 1/K}$

Tab. 4-4: Materialdaten der TiC-Beschichtung und der C-Faser gemäß Ochiai [7]

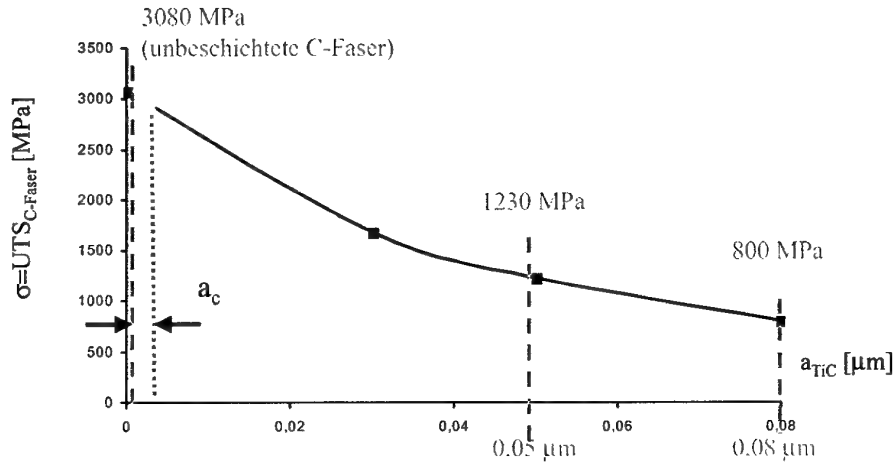


Abb. 4-5: Bruchspannung in Abhängigkeit der TiC-Schichtdicke nach Ochiai [7]

Zunächst wurde eine Beschichtung aus TiC von 0,08  $\mu m$  Dicke analysiert. Anschließend wurde ein Zugversuch mit einer Spannung von 800 MPa (entspricht der Zugfestigkeit dieser Schichtdicke [7], angenommene Daten sind Mittelwerte) für diese **beschichtete** Faser berechnet.

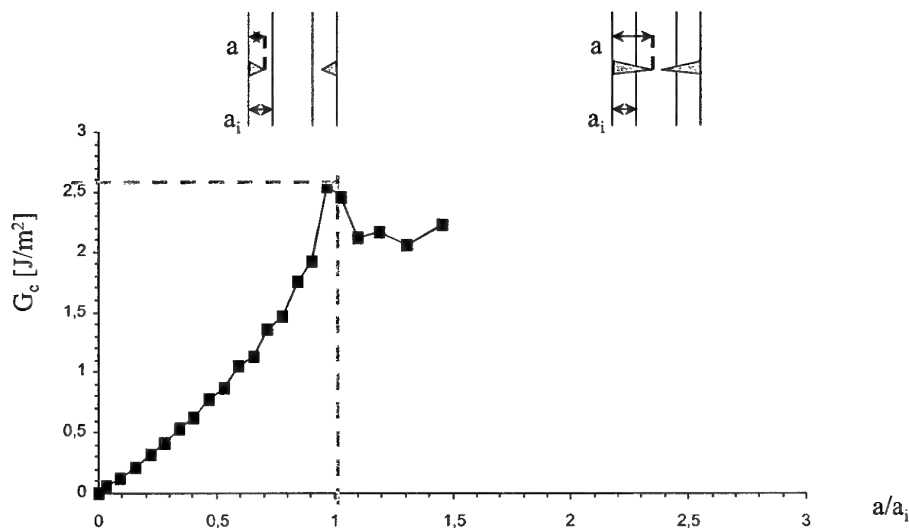


Abb.4-6: Energiefreisetzungsrates für C-Faser mit TiC-Schicht ohne thermische Spannungen

Mit der bereits bekannten Methode, nämlich Knoten für Knoten zu öffnen, wurde der Riss durch die TiC-Beschichtung in die Faser vorangetrieben. Anhand der Unterschiede in der Gesamtenergie während des Rissfortschritts wurde die Energiefreisetzungsrate bestimmt und über der relativen Risslänge  $a/a_i$  (in Bezug auf die Coatingdicke von  $0,08 \mu\text{m}$ ) aufgetragen (Abb. 4-6).

Mit zunehmender Risslänge steigt zunächst die Energiefreisetzungsrate an. Beim Eindringen in die C-Faser besteht eine Singularität. Der Wert der Energiefreisetzungsrate geht gegen unendlich. Nach Eindringen in die TiC-Schicht erfolgt eine Abnahme der Energiefreisetzungsrate. Erst bei größeren Risslängen kann wieder ein Anstieg der Energiefreisetzungsrate erwartet werden.

Durch **Interpolation in der Nähe des Interfaces** ( $a/a_i=1$ ) erhält man aus Abb.4-6 einen Wert von  $2,6 \text{ J/m}^2$  als erste Iteration für die **Bruchenergie**.

Ochiai [7] bestimmte die Bruchenergie der Kohlenstofffaser anhand der Festigkeit der unbeschichteten Faser mit Hilfe des folgenden Diagramms:

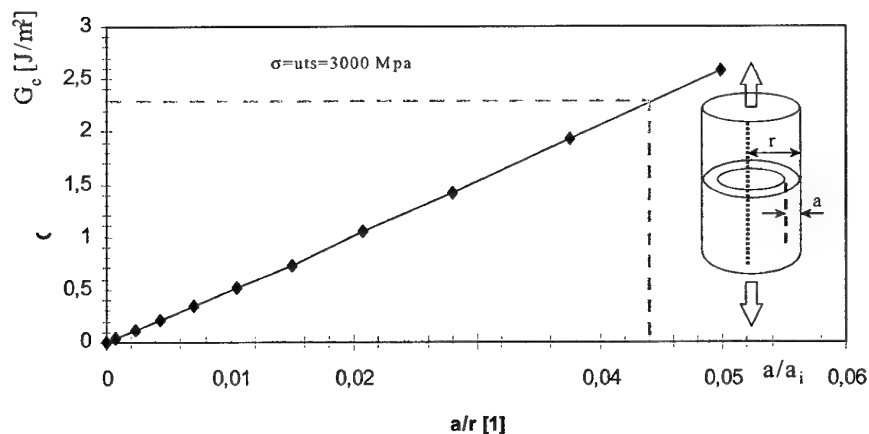


Abb.4-7: Energiefreisetzungsrate für eine **unbeschichtete**, isotrope Kohlenstofffaser

Für die Bruchenergie von  $2,6 \text{ J/m}^2$  ergibt sich aus Abb.4-7 eine relative kritische Risslänge von  $a/r=0,05$  bzw. eine kritische Risslänge von  $0,174 \mu\text{m}$  bei  $r=3,475 \mu\text{m}$ . Nach Ochiai und Osamura [7] muss diese kritische Risslänge im **beschichteten Fall** (Abb. 4-6) ebenfalls zu einer Schädigung führen.

Daher ergibt sich für die TiC-behaftete C-Faser eine relative Gesamtrisslänge von

$$\frac{0,174 \mu\text{m} + 0,08 \mu\text{m}}{0,08 \mu\text{m}} = 3,2$$

Somit würde sich für die relative Gesamtrisslängen von 3,2 eine Bruchenergie der C-Faser (ohne Berücksichtigung von Temperatureinflüssen und Orthotropie) von  $2,3 \text{ J/m}^2$  ergeben (Abschätzung durch Extrapolation). Der nächsten Iterationsschrittsschritt ergäbe mit dieser Bruchenergie aus Abb. 4-7 eine relative kritische Risslänge von 0,044 bzw. eine kritische Risslänge von  $0,153 \mu\text{m}$ .

#### 4.3.5 Ermitteln der Bruchenergie für die orthotrope Kohlenstofffaser unter Berücksichtigung thermischer Spannungen

Im folgenden soll nun die o.a. Methode für die Berechnung der Bruchenergie der orthotropen Kohlenstofffaser genutzt werden. Hierbei soll im Gegensatz zu der Methode nach Ochiai der herstellungsbedingte Einfluss thermischer Spannungen berücksichtigt werden.

Für eine TiC-Beschichtung von  $0,05 \mu\text{m}$  bzw.  $0,08 \mu\text{m}$  und die entsprechende unbeschichtete Faser wurden FEM-Berechnungen gemäß o.a. Iterationsschema durchgeführt, um Aussagen über die kritische Risslänge und Bruchenergie der orthotropen Kohlenstofffaser zu erhalten. Die Zugspannungen entsprechen den Bruchlasten, die von Ochiai [7] ermittelt wurden und aus Abb. 4-5 ersichtlich sind. In den folgenden Abbildungen wird der Verlauf der Energiefreisetzungsraten bei Rissfortschritt für die drei Fälle dargestellt.

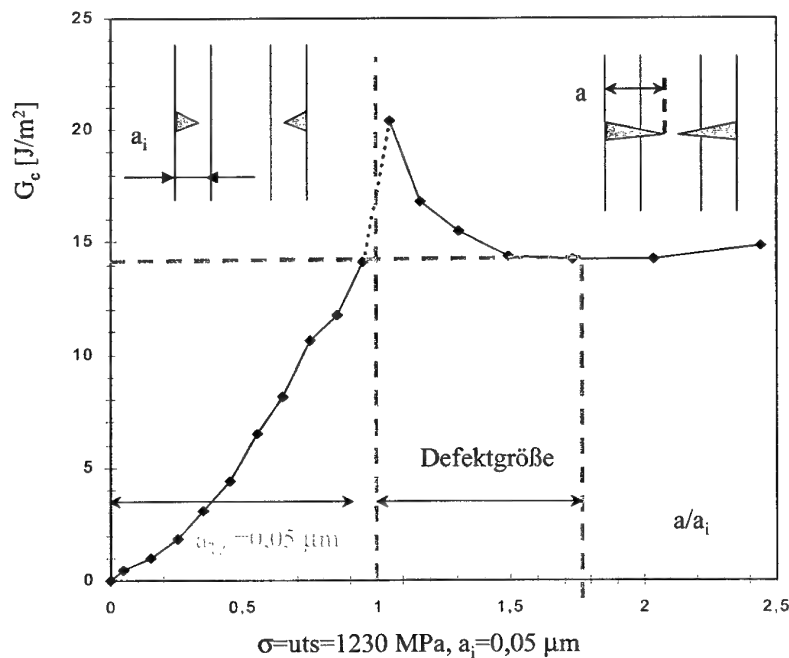


Abb.4-8: Energiefreisetzungsrate für die TiC-beschichtete orthotrope Kohlenstofffaser (Schichtdicke  $0,05 \mu\text{m}$ )



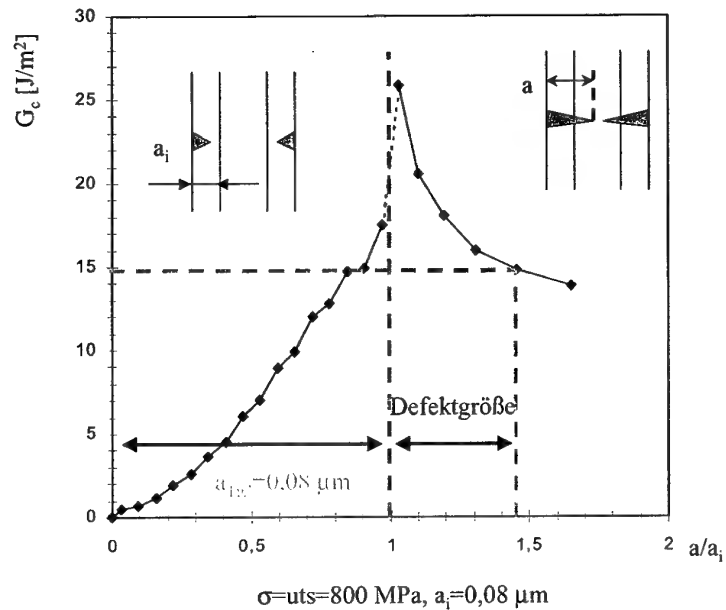


Abb.4-9: Energiefreisetzungsrate für die TiC-beschichtete orthotrope Kohlenstofffaser (Schichtdicke  $0,08 \mu\text{m}$ )

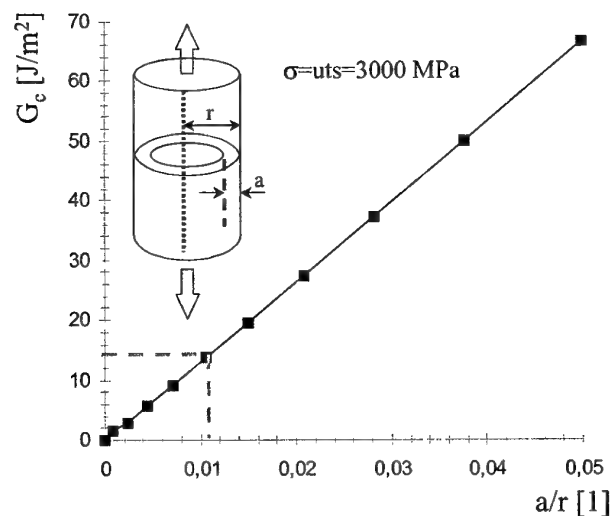


Abb.4-10: Energiefreisetzungsrate für die unbeschichtete orthotrope Kohlenstofffaser

Für die beiden Beschichtungsdicken wird nun das bereits beschriebene Iterationsverfahren durchgeführt, sodass die kritische Risslänge und damit die Defektgröße, die zum Faserbruch führt, ermittelt werden kann. Aus der Methode wird auch die Bruchenergie  $G_c^f$  der orthotropen Faser erhalten.

TiC-Beschichtung 0,05 $\mu\text{m}$			
	1. Iteration	2. Iteration	3. Iteration
Bruchenergie $G_c^f$ (Abb.4-6)	21 J/m <sup>2</sup>	15 J/m <sup>2</sup>	15 J/m <sup>2</sup>
relative kritische Risslänge (Abb.4-8)	0,0162	0,011	0,011
kritische Risslänge (Abb.4-8)	0,056 $\mu\text{m}$	0,038 $\mu\text{m}$	0,038 $\mu\text{m}$
relative kritische Risslänge für beschichtete Faser (Abb.4-6)	2,12	1,475	1,475

Tab.4-5: Iterationen für eine TiC-Beschichtung von 0,05  $\mu\text{m}$

TiC-Beschichtung 0,08 $\mu\text{m}$			
	1. Iteration	2. Iteration	3. Iteration
Bruchenergie $G_c^f$ (Abb.4-7)	26,5 J/m <sup>2</sup>	15 J/m <sup>2</sup>	15 J/m <sup>2</sup>
relative kritische Risslänge (Abb.4-8)	0,0195	0,011	0,011
kritische Risslänge (Abb.4-8)	0,068 $\mu\text{m}$	0,038 $\mu\text{m}$	0,038 $\mu\text{m}$
relative kritische Risslänge für beschichtete Faser (Abb.4-7)	1,85	1,475	1,475

Tab.4-6: Iterationen für eine TiC-Beschichtung von 0,08  $\mu\text{m}$

#### 4.3.6 Zusammenfassung der Rechnungen zur Bestimmung der Bruchenergie der Faser

Es zeigt sich, dass die kritische Risslänge und die Bruchenergie für beide Schichtdicken gleich ist. Aus dem iterativen Verfahren, das aus Berechnungen nach Honjo und Shindo [8] bzw. Ochiai und Osamura [7] entwickelt wurde, wird die Bruchenergie  $G_c^f$  für die Kohlenstofffaser mit 15 J/m<sup>2</sup> ermittelt. Die orthotrope Kohlenstofffaser wird dann unter Mode I (Faserbruch unter 90°) versagen, wenn bei einer kritischen Risslänge von 0,038  $\mu\text{m}$  die Energiefreisetzungsrates  $G_p$  die Bruchenergie  $G_c^f$  von 15 J/m<sup>2</sup> überschreitet:

$$G_p > G_c^f \text{ mit } G_c^f = 15 \text{ J/m}^2 \quad (4-7)$$

Der Unterschied zu dem Wert  $2,3 \text{ J/m}^2$ , der mit Hilfe von Ochiai ermittelt wurde, lässt sich dadurch erklären, dass Ochiai die **Orthotropie der Faser** vernachlässigt hat. Weiterhin wurden bei der Analyse von Ochiai **thermische Spannungen** aufgrund der unterschiedlichen Wärmeausdehnungskoeffizienten, die beim Abkühlen auftreten, nicht berücksichtigt.

Die Literatur [1] gibt als Obergrenze für die Risszähigkeit  $K_c$  einer „gewöhnlichen“ Kohlenstofffaser einen Wert von  $1 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$  an. Damit ergibt sich für eine orthotrope Kohlenstofffaser nach [39, 40] folgende Rechnung unter Annahme eines ideal elastischen Verhaltens:

$$G_c^f = \frac{K^2}{E_{\text{eff}}} \quad (4-8)$$

mit  $E_{\text{eff}}$  zu

$$\frac{1}{E_{\text{eff}}} = \sqrt{\frac{b_{11}b_{22}}{2}} \sqrt{\sqrt{\frac{b_{22}}{b_{11}}} + \frac{2b_{12} + b_{66}}{2b_{11}}} \quad (4-9)$$

mit den  $b_{ij}$  aus

$$b_{11} = q_{11} - \frac{q_{13}^2}{q_{33}} \quad (4-10)$$

$$b_{12} = q_{12} - \frac{q_{13}q_{23}}{q_{33}} \quad (4-11)$$

$$b_{22} = q_{22} - \frac{q_{23}^2}{q_{33}} \quad (4-12)$$

$$b_{66} = q_{66} \quad (4-13)$$

$$[\varepsilon] = [Q][\sigma] \quad (4-14)$$

$Q$  stellt hierbei die Nachgiebigkeitsmatrix für den anisotropen Fall dar.

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_x} & \frac{-\nu_{yx}}{E_y} & \frac{-\nu_{zx}}{E_z} & 0 & 0 & 0 \\ & \frac{1}{E_y} & \frac{-\nu_{zy}}{E_z} & 0 & 0 & 0 \\ & & \frac{1}{E_z} & 0 & 0 & 0 \\ & & & \frac{1}{\mu_{yz}} & 0 & 0 \\ & & & & \frac{1}{\mu_{zx}} & 0 \\ & & & & & \frac{1}{\mu_{xy}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} \quad (4-15)$$

Unter Verwendung der Materialkonstanten aus Tab. 2-1 ergeben sich die Werte  $b_{ij}$  zu:

$b_{11} =$	$1,77 \cdot 10^{-6} \text{ 1/MPa}$
$b_{12} =$	$-16 \cdot 10^{-6} \text{ 1/MPa}$
$b_{22} =$	$64 \cdot 10^{-6} \text{ 1/MPa}$
$b_{66} =$	$66 \cdot 10^{-6} \text{ 1/MPa}$

Tab. 4-7 Materialkonstanten der Nachgiebigkeitsmatrix für die orthotrope Kohlenstofffaser

Der Wert  $1/E_{\text{eff}}$  ermittelt sich daraus gemäß o.a. Gleichung zu  $29,74 \cdot 10^{-6} \text{ 1/MPa}$ . Als Obergrenze für die Bruchenergie einer Kohlenstofffaser gemäß Literatur kann somit  $30 \text{ J/m}^2$  angenommen werden. Die von mir ermittelten Werte für die Kohlenstofffaser Tenax HTA liegen mit  $15 \text{ J/m}^2$  in dem Bereich, der von der Literatur grob abgeschätzt wird.

#### 4.4 Ermitteln der Bruchenergie $G_c^i$ anhand eines Druckscherversuches

Um Aussagen über den Rissfortschritt zu erhalten, muss das Verhältnis der Bruchenergien  $G_c^i/G_c^f$  bestimmt werden. Die Bruchenergie der Faser  $G_c^f$  wurde bereits ermittelt.

Um nun den Wert für die Bruchenergie des Interfaces zu bestimmen, musste eine Methode gewählt werden, die eine Schubspannungsverteilung im Interface erzeugt.

Die im folgenden verwendeten Proben bestehen aus 2D C/C (8-H-Satin) Gewebe in einer Kohlenstoffmatrix. Ein erheblicher Vorteil der unsymmetrisch gekerbten Druckscherprobe besteht darin, dass keine Zugnormalspannungen senkrecht zu den Fasern auftreten. Lediglich Drucknormalspannungen entstehen senkrecht zur Faser. Daher wurde der Wert  $G_c^i$  im folgenden aus einer unsymmetrischen Druckscherprobe [33, 34, 35, 36, 37] ermittelt.

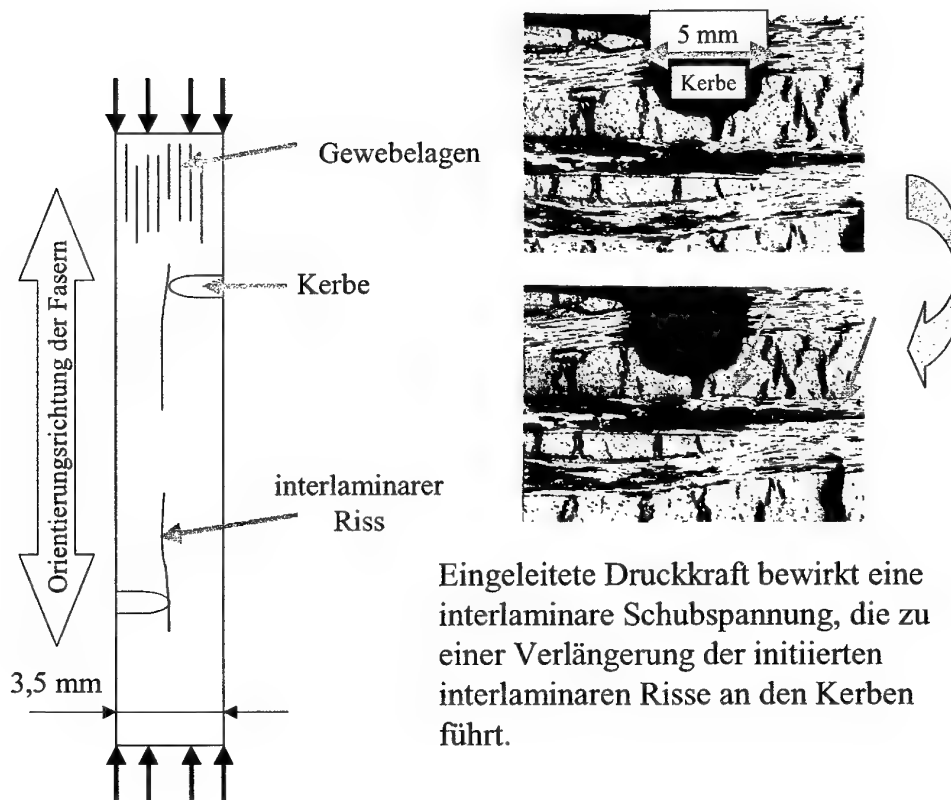


Abb. 4-11: Druckscherversuch

Beim Druckscherversuch [33] wird eine 3,5 mm breite C/C-Probe verwendet, die unsymmetrisch an jeder Seite mit einer Kerbe von 1,75 mm Länge versehen ist. Die eingeleitete Druckkraft induziert einen interlaminaren Riss, der jeweils an der Spitze der Kerben beginnt. Der Riss pflanzt sich zwischen den Schichten, entweder in der Kohlenstoffmatrix oder in der Faser-/Matrix-Grenzfläche fort. Um die Bruchenergie des Interfaces zu bestimmen, wurde folgender Ablauf durchgeführt, der in Abb. 4-12 schematisch dargestellt ist.

Anhand eines Dreipunktbiegeversuches wurden Initialrisse (interlaminare Risse) in der asymmetrisch gekerbten 2D-C/C-Probe, im folgenden als Originalprobe bezeichnet, erzeugt. Da sich die mikroskopische Risslängenermittlung schwierig gestaltet, war eine Kalibrierkurve für die Abhängigkeit Compliance/Risslänge zu erstellen. Diese Kalibrierkurve wurde erzeugt, indem bestimmte Risslängen  $a$  aus einer Vergleichsprobe ausgesägt wurden und die zugehörige Compliance dieser Probe ermittelt wurde. Anschließend wurde der Druckscherversuch an der Originalprobe durchgeführt und deren Compliance ermittelt. Die zugehörige Risslänge wurde anhand der Kalibrierkurve der Vergleichsprobe ermittelt (Abb.4-12).

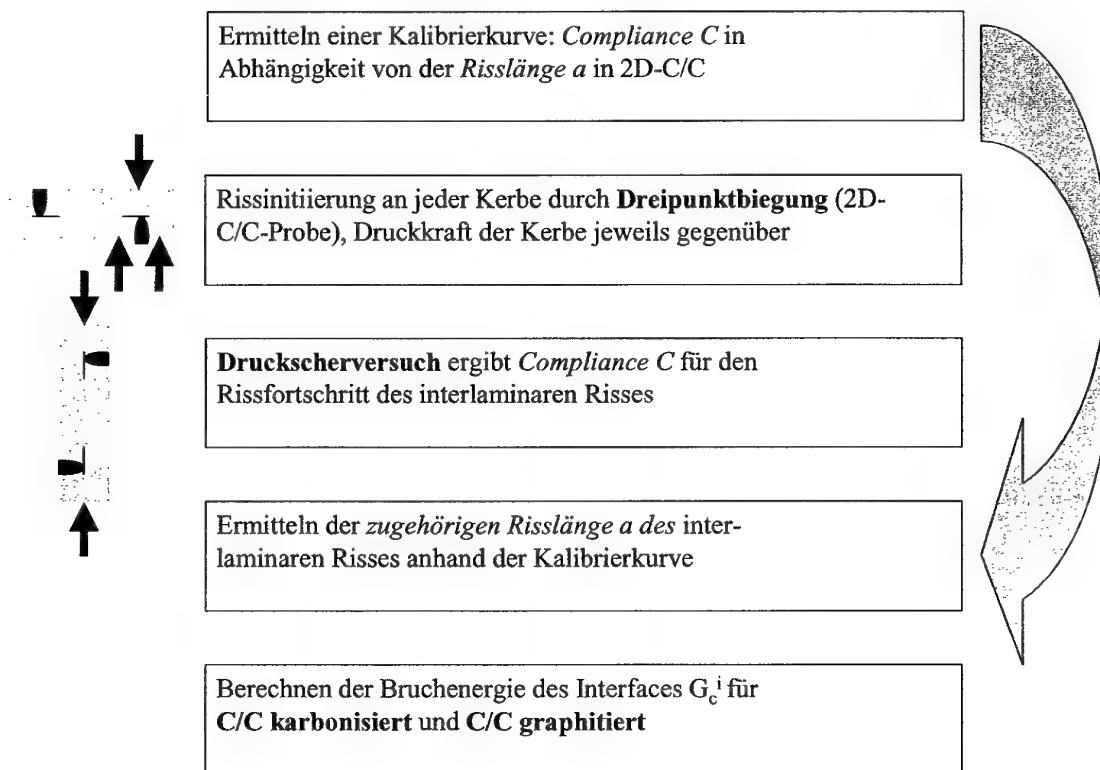


Abb.4-12: Ablaufdiagramm zur Bestimmung des Interfacebruchenergie

#### 4.4.1 Rechnerische Bestimmung der Bruchenergie aus dem Druckscherversuch

Für die Bestimmung der Bruchenergie aus dem Druckscherversuch ist es notwendig, einen Zusammenhang zwischen der Probennachgiebigkeit (Compliance), die sich aus dem Kraftverlängerungsdiagramm ergibt, der Interfacerrisslänge  $a$  und der Bruchenergie  $G_c^I$  aufzustellen. Die Energiefreisetzungsrate ist die elastische Energie, die frei wird, wenn der Riss um das infinitesimale Flächenelement  $\partial A$  verlängert wird:

$$G = \frac{\partial U}{\partial A} \quad (4-16)$$

$\partial U$  ist hierbei die gespeicherte elastische Energie. Bei gerade durch die Probe verlaufende Risse wird  $A$  wie folgt ermittelt:

$$A = aB_p \quad (4-17)$$

wobei  $B_p$  die Probendicke ist und  $a$  die Rissverlängerung darstellt. Der Zusammenhang zwischen der elastischen Energie  $U$  und der Compliance  $C$  ergibt sich für spröde Materialien wie folgt:

$$U = \frac{1}{2} P \Delta l = \frac{P^2 C}{2} \quad (4-18)$$

mit der Compliance  $C$  (reziproke Federkonstante)

$$C = \frac{\Delta l}{P} \quad (4-19)$$

Die Bruchenergie  $G_c^I$  ergibt sich damit zu

$$G = \frac{1}{2B_p} P^2 \frac{\partial C}{\partial a} \quad (4-20)$$

Die Probennachgiebigkeit  $C$  kann aus dem Kraftverlängerungsdiagramm anhand eines Steigungsdreieckes ermittelt werden. Die zu dieser Compliance zugehörige Rissverlängerung  $\partial a$  muss wie bereits erwähnt anhand einer Kalibrierkurve bestimmt.

#### 4.4.2 Zusammenfassung des Druckscherversuches

Für das karbonisierte C/C wurde die Bruchenergie im Interface zu  $16,3 \text{ J/m}^2$  bestimmt [33]. Für das C/C-Material, dass bei einer Temperatur von ca.  $1800^\circ\text{C}$  wärmebehandelt wurde und als graphitiertes Material beschrieben wird, wurde eine Interfacebruchenergie von  $10,8 \text{ J/m}^2$  bestimmt [33].

Die so erhaltenen Werte stellen nicht die exakten Interfacebruchenergien dar, da der Riss sich zwischen den Schichten, entweder in der Kohlenstoffmatrix oder in der Faser-/Matrix-Grenzfläche fortpflanzt. Hierbei ist allerdings zu bemerken, dass es bei dieser Berechnung nur auf das Rissverhalten ankommt, d.h. ob der Matrixriss entweder zum Faserbruch führt oder beim Erreichen der Faser abzweigt. Um diese Aussage zu treffen, ist es unerheblich, ob sich der Riss exakt entlang des Interfaces oder teilweise noch in der Kohlenstoffmatrix nach dem Abzweigen fortbewegt. Die ermittelten Werte können somit für die Ermittlung des Rissfortschrittsverhaltens genutzt werden.

Die **Verhältnisse**  $G_c^i/G_c^f$  ermitteln sich somit zu **1,087** für den karbonisierten kohlenstofffaserverstärkten Kohlenstoff und **0,72** für den zusätzlich wärmebehandelten. Daraus ergeben sich folgende Bedingungen für ein Interfaceversagen in Abhängigkeit von der Behandlungstemperatur:

- $\frac{G_d}{G_p} > \frac{16,3 \text{ J/m}^2}{15 \text{ J/m}^2} = 1,087$  für karbonisierten kohlenstofffaserverstärkten Kohlenstoff
- $\frac{G_d}{G_p} > \frac{10,8 \text{ J/m}^2}{15 \text{ J/m}^2} = 0,72$  für zusätzlich wärmebehandelten (graphitierten) kohlenstofffaserverstärkten Kohlenstoff

Die Verhältnisse der Bruchenergien haben sich infolge der Graphitierung des Materials erheblich verringert. Dieses Verhalten lässt auf die Tendenz zum Rissabzweigen im zusätzlich wärmebehandelten Kohlenstofffaserverstärkten Kohlenstoff schließen.

Um die in der Einleitung beschriebene Problemstellung zu lösen, werden im Anschluss die Verhältnisse der Energiefreisetzungsraten  $G_d/G_p$  für verschieden herstellungsbedingte Eigenschaften des kohlenstofffaserverstärkten Kohlenstoff ermittelt. Dies wird mittels einer Finiten Element Methode erfolgen.



## 4.5 Berechnung des Energiefreisetzungsratenverhältnisses $G_d/G_p$ für kohlenstofffaserverstärkten Kohlenstoff-Einzelfaserverbund

### 4.5.1 Allgemeines

In Abschnitt 2 wurden die theoretischen Ansätze beschrieben, die mit Hilfe der Energiefreisetzungsrate den Rissfortschritt in faserverstärkten Verbundmaterial untersuchen. Wie bereits ausführlich diskutiert, beschreiben diese Ansätze jedoch immer nur eine oder wenige Eigenschaften, die während eines Herstellungsprozesses auftreten. Um jedoch eine vollständige Analyse einer großen Anzahl von herstellungsbedingten Einflüssen auf einen Werkstoff zu untersuchen, bedarf es einer anderen Methode. Die bisherigen analytischen Ansätze liefern keine Aussage darüber, wie sich herstellungsbedingte Schrumpfspannungen in der Matrix auf den Rissverlauf auswirken. Weiterhin wurden bisher Reibungseffekte zwischen Faser und Matrix vernachlässigt. Die teilweise Graphitierung der Matrix bei einer zusätzlichen Wärmebehandlung muss ebenfalls anhand numerischen Lösung angegangen werden. Nachdem nun das Finite Element Verfahren anhand bekannter analytischen Lösungen verifiziert wurde kann nun die eigentliche Erweiterung zum kohlenstofffaserverstärkten Kohlenstoff stattfinden. Dies Modellierung wird im folgenden beschrieben.

### 4.5.2 Modellierung des Einzelfaserverbundes

Die bisherigen Berechnungen sollen auf den kohlenstofffaserverstärkten Kohlenstoff (C/C) erweitert werden. Dazu wird das bereits vorgestellte Modell für einen Einzelfaserverbund mittels des Pre-/Postprozessors PATRAN verändert. Ein Modell für einen Einzelfaserverbund mit einem Faserdurchmesser von 6,95  $\mu\text{m}$  und einen Gesamtdurchmesser (mit Matrixmantel) von 8,62  $\mu\text{m}$  wird im folgenden verwendet. Dies führt zu einem rechnerischen Faservolumengehalt von 65 %. Zwischen Faser und Matrix wird vorerst eine perfekte Haftung angenommen. Folgende Materialdaten [1] liegen der Rechnung zugrunde.

	Kohlenstofffaser Tenax HTA nach DIN 65382	Glaskohlenstoffmatrix
$E_{  }$	225000 MPa	35000 MPa
$E_{\perp}$	15000 MPa	35000 MPa
$\mu_{z  }$	15000 MPa	14580 MPa
$\nu_{  \perp}=\nu_{\perp z}=\nu_{z  }$	0,2	0,2
$\alpha_{  }$	$1,0 \cdot 10^{-6} \text{ 1/K}$	$3,5 \cdot 10^{-6} \text{ 1/K}$
$\alpha_{\perp}$	$8,0 \cdot 10^{-6} \text{ 1/K}$	$3,5 \cdot 10^{-6} \text{ 1/K}$

Tab. 4-8: Materialkennwerte Faser und Matrix

Es wird der Verlauf der Energiefreisetzungsrate bei Penetration des Matrixrisses durch die Grenzfläche zwischen Faser und Matrix ermittelt. Die untere Modellkante wurde dabei wiederum als Rissgrund modelliert, wobei der Riss anfangs durch das Festhalten der Rissuferknoten in z-Richtung (Faserrichtung) geschlossen gehalten wurde. Der Riss wird durch ein schrittweises Löschen der Verschiebungseinschränkungen in Richtung des Interfaces vergrößert. Im folgenden werden nun nacheinander der Einfluss von verschiedenen herstellungsbedingten Eigenschaftsänderungen auf das Bruchverhalten (Energiefreisetzungsrate) ausführlich untersucht und diskutiert. Es folgt zuerst die Untersuchung von herstellungsbedingten Matrixschrumpfspannungen in der Matrix.

#### **4.6 Ermitteln $G_d/G_p$ unter Einfluss von herstellungsbedingten Matrixschrumpfs- spannungen für den Einzelfaserverbund**

##### **4.6.1 Modellierung des Einflusses von Matrixschrumpfspannungen**

Zuerst soll der Einfluss der herstellungsbedingten Matrixschrumpfvorgänge (wurde bereits in der Einleitung beschrieben) auf den Rissfortschritt untersucht werden. Messungen [1] bestätigen, dass nach der Karbonisierung Matrixschrumpfspannungen mit einer unbekannten Größe vorliegen. Bei der Karbonisierung wird die Polymer-Matrix in eine Glaskohlenstoffmatrix umgewandelt. Dies geht mit einer linearen Schrumpfung der Matrix von 20% (Volumenschrumpfung von 50%) einher, soweit dies nicht durch die Fasern verhindert wird. Ein Teil dieser Schrumpfung findet spannungsfrei, ein Teil jedoch durch Aufbau von Schrumpfspannungen statt. Das Schrumpfen unter Aufbau von Spannungen wurde mit ca. 1-2% angenommen. Im folgenden wird der Einfluss von Matrixschrumpfspannungen auf die Rissweiterung, ausgelöst durch eine Matrixschrumpfung von 1% bzw. 2%, untersucht. Es wird ein unmittelbarer Vergleich zwischen einem C/C-Einzelfaserverbund mit 0%- und 1% bzw. 2%-Matrixschrumpfen notwendig, um den Einfluss auf die Energiefreisetzungsrate und damit dem Rissverlauf zu bestimmen. Da das Versagen aufgrund der Erfahrungen vorangegangener Versuche [1] bei entsprechenden unterschiedlichen Spannungen auftritt, muss die Rissweiterung in beiden Modellen für 1%- bzw. 2%-Matrixschrumpfen (karbonisiert) bzw. 0% Matrixschrumpfen (graphitiert) durch unterschiedliche Zugkräfte belastet werden.

Für das unidirektionale C/C-Bündel mit der Kohlenstofffaser Tenax HTA nach DIN 65382 ergibt sich bei einer Behandlungstemperatur von 1000°C nach der Karbonisierung (entspricht dem Fall mit Matrixschrumpfspannungen) eine Faserbündelfestigkeit von 264 MPa bezogen auf den Faserquerschnitt von 0,455 mm<sup>2</sup>.

Da das Modell in der Einheit „Meter“ modelliert wurde, ist es folglich in der Realität um den Faktor  $10^6$  vergrößert worden. Daraus ermittelt sich eine Last von 10,02 kN, die als Last für den Einzelfaserverbund mit der Querschnittsfläche von insgesamt  $0,586 \text{ mm}^2$  dient.

Bei einer Behandlungstemperatur von  $1800^\circ\text{C}$  nach der Graphitierung (entspricht dem Fall ohne Matrixschrumpfspannungen) ergibt sich eine Festigkeit des C/C-Bündels von ca. 888 MPa. Dies resultiert in einer deutlich höheren Last von 33,6 kN für den Einzelfaserverbund. Auch hier muss wieder berücksichtigt werden, dass das Modell in der Einheit „Meter“ erstellt ist. Es werden zwei Berechnungen durchgeführt:

- 1) Modellierung des kohlenstofffaserverstärkten Kohlenstoffs, der bis  $1800^\circ\text{C}$  behandelt wurde, wodurch die Matrixschrumpfspannungen relaxiert sind. Durch das Abkühlen auf  $20^\circ\text{C}$  werden thermische Spannungen infolge unterschiedlicher Wärmeausdehnungskoeffizienten (Tab. 4-8) berücksichtigt. Anschließend erfolgt die Belastung durch die Bruchspannung von 264 MPa.
- 2) Modellierung des kohlenstofffaserverstärkten Kohlenstoffs, der bis  $1000^\circ\text{C}$  behandelt wurde. Dieser besitzt Matrixschrumpfspannungen. Der Einfluss dieser Schrumpfspannungen wird durch ein Matrixschrumpfen von 1% modelliert. Anschließend erfolgt ein Abkühlen auf  $20^\circ\text{C}$ , um thermische Spannungen aufgrund unterschiedlicher Wärmeausdehnungskoeffizienten (Tab. 4-8) zu berücksichtigen, und ein Zugversuch mit einer Bruchspannung von 888 MPa.

Die **Berechnung 1)** konnte in einem Lastfall mit Hilfe eines linear elastischen Lösungsansatzes (sog. SOL 101) des Finiten Element Programms NASTRAN durchgeführt werden.

Um jedoch das Matrixschrumpfen gemäß **Berechnung 2)** zu simulieren, waren zwei Lastfälle notwendig. Dazu wurde den Faserelementen und Matrixelementen eine jeweils unterschiedliche Anfangstemperatur zugeordnet. Um in der Matrix eine Schrumpfung von 1% „aufzuprägen“ war bei einem Wärmeausdehnungskoeffizienten von  $3,5 \cdot 10^{-6} \text{ 1/K}$  eine simulierte Abkühlung von 2857 K notwendig. Folglich erhielt die Matrix die Ausgangstemperatur mit Hilfe der TEMP-Karten von  $3857^\circ\text{C}$ . Die Faserelemente wurden mit  $1000^\circ\text{C}$  beaufschlagt.

Dieser Ausgangszustand wurde mit unterschiedlichen Temperaturen für Faser und Matrix durch TEMPERATURE (INITIAL) mit NASTRAN bestimmt. Anschließend erfolgte im ersten Lastfall die simulierte Abkühlung auf  $1000^\circ\text{C}$ , damit konnte die Matrix „schrumpfen“.

Im zweiten Lastfall wurde dann auf 20°C abgekühlt. Diese Abkühlung wurde dann gleichzeitig in Faser und Matrix durchgeführt.

#### 4.6.2 Berechnung der Energiefreisetzungsrates $G_p$ für Penetration

Die Berechnung 1 und 2 wurde für einen Rissfortschritt im Einzelfaserverbundrand radial nach innen durchgeführt. Im folgenden wird nun beispielhaft erklärt, wie die Energiefreisetzungsrates aus der FEM-Berechnung ermittelt werden.

Bei jedem infinitesimalen Rissfortschritt wurde aus dem von NASTRAN erzeugten .f06-File die Gesamtenergie des Modells  $W$  gemäß Abschnitt 2.12.3 ermittelt. Der Rissfortschritt von  $a/a_i=0,738$  nach 0,816 ergab ein  $W$  von 8616,876 J bzw. 8626,255 J aus der FEM-Rechnung (unter der Berücksichtigung, dass das Modell die Dimension „Meter“ besitzt). Die Genauigkeit der Ausgangsgrößen von drei Dezimalstellen war notwendig, um auch geringe Änderungen der Gesamtenergie (anhand der Differenz) zu berücksichtigen.

Die Differenz beträgt 9,379 J, was der Energiefreisetzungsrates für die konzentrische Risserweiterung  $\Delta A=1,484 \text{ m}^2$  entspricht. Die Energiefreisetzungsrates ergibt sich nach Multiplikation mit dem Faktor 2 gemäß 2.12.3 von 12,642 J/m<sup>2</sup> für den C/C-Einzelfaserverbund mit 1% Matrixschrumpfen nach der Karbonisierung. Diese Werte sind für beide Berechnungen für das 0%- und 1% Matrixschrumpfen in Tab. 4-9 zusammengefasst.

a/a <sub>i</sub> [1]	C/C nach zusätzlicher Wärmebehandlung (0% Schrumpfen)		C/C nach der Karbonisierung (1% Schrumpfen)	
	G(Matrix) [J/m <sup>2</sup> ]	G(Faser) [J/m <sup>2</sup> ]	G(Matrix) [J/m <sup>2</sup> ]	G(Faser) [J/m <sup>2</sup> ]
0,638	0,949		11,787	
0,738	0,992		12,309	
0,816	1,019		12,642	
0,877	0,924		11,489	
0,924	0,868		10,762	
0,960	0,684		8,501	
0,988	0,484		5,999	
1,013		2,439		15,180
1,040		4,229		16,135
1,069		5,227		16,173
1,100		6,351		14,457
1,132		7,204		13,052

Tab. 4-9: Energiefreisetzungsrates für Rissfortschritt in die Faser in Abhängigkeit des Matrixschrumpfens

Die Energiefreisetzungsraten mit der Einheit  $\text{J/m}^2$  werden in der Abb. 4-13 für Penetration (Risseindringen in die Faser) für die beiden Berechnungen dargestellt. Anhand der Abb.4-13 sieht man eine deutliche Erhöhung der Energiefreisetzungsrate für Penetration  $G_p$  für das unrelaxierte Material. Die zusätzliche Wärmebehandlung oberhalb von  $1000^\circ\text{C}$  bewirkt eine deutliche Verringerung der Energiefreisetzungsrate für Penetration. Dies bedeutet eine Relaxation und damit Erholung des Materials

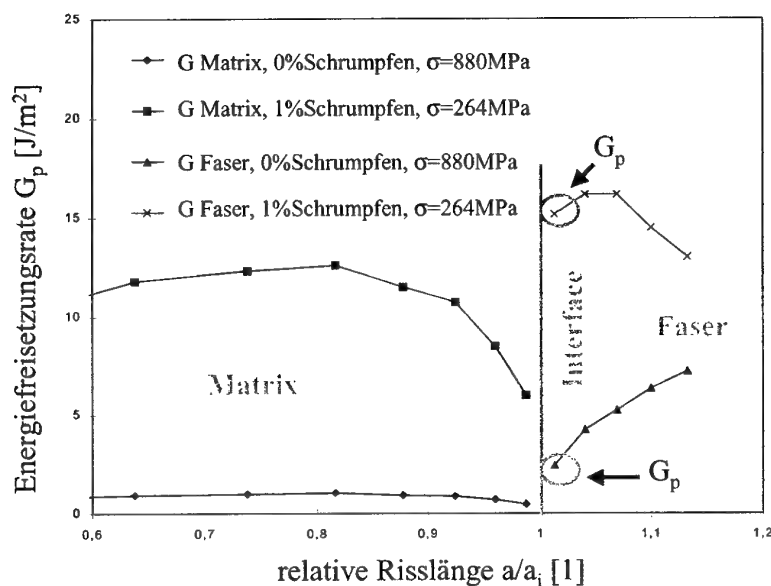


Abb. 4-13: Energiefreisetzungsraten eines penetrierenden Matrixrisses in C/C für 0%- und 1% Schrumpfung

Die Energiefreisetzungsraten nehmen beim Erreichen des Interfaces ab. Dies ist damit zu erklären, dass  $G \approx 1/E$  entspricht. Mit dem Übergang in ein Medium höherer Steifigkeit (Kohlenstofffaser) erfolgt somit eine rapide Abnahme der Energiefreisetzungsrate.

#### 4.6.3 Verhältnis der Energiefreisetzungsraten für Penetration

Um weitere Aussagen über das Rissfortschrittsverhalten bei aufgebrachter Belastung zu erhalten, ist es notwendig, die errechneten Energiefreisetzungsraten für die beiden unterschiedlich behandelten Materialien ins Verhältnis zu setzen.

Dieses ist über dem Rissfortschritt  $a/a_i$  aufgetragen. Das Ergebnis befindet sich in Abb. 4-14

$a/a_i$ [1]	Verhältnis $G(1\%)/G(0\%)$ [1]
0,638	12,419
0,738	12,411
0,816	12,406
0,877	12,427
0,924	12,403
0,960	12,421
0,988	12,395
1,013	6,224
1,040	3,816
1,069	3,094
1,100	2,276
1,132	1,812

Tab. 4-10: Verhältnis  $G(1\%)/G(0\%)$

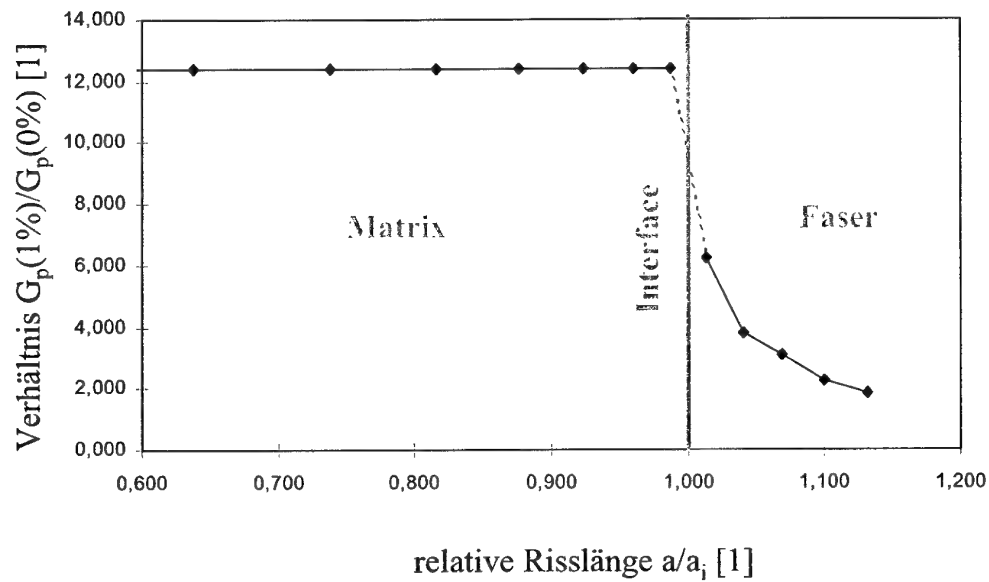


Abb.4-14: Verhältnis  $G(1\%)/G(0\%)$

Abb. 4-14 zeigt, dass das Verhältnis der Energiefreisetzungsraten  $G(1\%)/G(0\%)$  in der Matrix bei aufgebracht Last für die beiden Fälle jeweils mit einem Faktor von ca. 12 nahezu konstant ist. Erst nach Erreichen des Interfaces fällt diese in der Faser bei weiterem Rissfortschritt ab.

Die Energiefreisetzungsrates ist proportional zum Quadrat der auftretenden Gesamtspannung. Diese Gesamtspannung in der Matrix setzt sich zusammen aus einem Schrumpfteil und einem Lastanteil zusammen:

$$G \approx \sigma^2 \quad (4-21)$$

$$\sigma = \sigma_{\text{Schrumpfen}} + \sigma_{\text{Last}} \quad (4-22)$$

Der Betrag von  $\sigma_{\text{Schrumpfen}}$  tritt nur in der Matrix auf, erst beim Erreichen des Interfaces wird dieser 0. Damit ergeben sich im Matrixbereich hohe Beträge für die Energiefreisetzungsrates  $G_p$ . Diese bewirken beim karbonisiertem Material Matrixversagen. Im graphitierten Material sind die Schrumpfteile in  $G_p$  nicht vorhanden, wodurch ein Matrixversagen unwahrscheinlich wird.

#### 4.6.4 Vergleich von Penetration und Deflection

Für die Berechnung mit 1%- und 0%-Matrixschrumpfen muss das Verhältnis  $G_d/G_p$  ermittelt werden und anschließend anhand der bereits nach Gupta und Martinez [11, 22] bzw. He und Hutchinson [5] berechneten Werte verglichen werden. Für den Fall der Rissabzweigung ins Interface wird der Riss nach Berühren der Faser um  $90^\circ$  abgelenkt. In der FEM-Berechnung erfolgt dies durch das aufeinanderfolgende Lösen der Knoten im Interface, wobei die orthotrope Faser von der isotropen Matrix gelöst wird. Die Energiefreisetzungsrates ermitteln sich nach der bereits erwähnten Methode. Die Ergebnisse für die Abzweigung sind in Tab. 4-11 unter  $G_d$  zusammengefasst. Anschließend werden noch die charakteristischen Verhältnisse  $G_d/G_p$  für den Fall mit 1%-Matrixschrumpfen und 0%-Matrixschrumpfen ermittelt.

a/a <sub>i</sub>	G <sub>p</sub> [J/m <sup>2</sup> ]		G <sub>d</sub> [J/m <sup>2</sup> ]	
	0% Matrixschumpfen σ=880 MPa	1% Matrixschumpfen σ=264 MPa	0% Matrixschumpfen σ=880 MPa	1% Matrixschumpfen σ=264 MPa
1,013	2,439	15,180		
1,040	4,229	16,135		
1,069	5,227	16,173		
1,100	6,351	14,457		
1,132	7,204	13,052		
1,015			0,213	1,360
1,044			0,303	2,480
1,075			0,335	2,491
1,106			0,383	2,617

Tab.4-11: Energiefreisetzungsrate für Rissabzweigung und Risspenetration am Interface

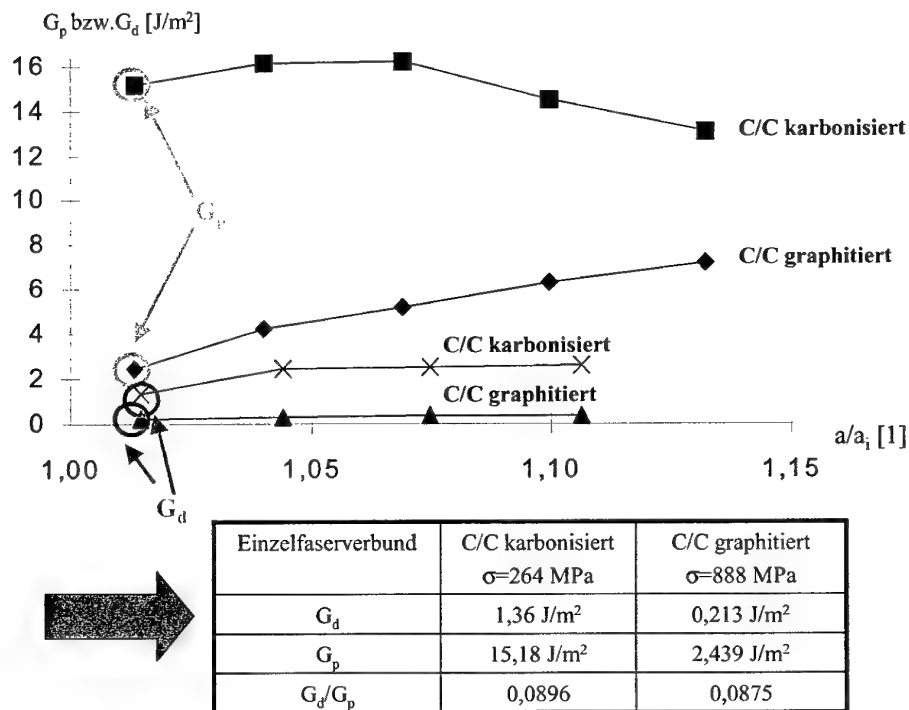


Abb. 4-15: Energiefreisetzungsrate  $G$  für Rissabzweigung/Risspenetration



#### 4.6.5 Ermitteln von $G_d/G_p$

Um Aussagen über den Verlauf eines Matrixrisses zu treffen, muss das folgende Verhältnis

$$\frac{G_c^i}{G_c^f} < \frac{G_d}{G_p} \quad (4-23)$$

betrachtet werden, bei dem Rissabzweigen auftritt. Die linke Seite  $G_c^i/G_c^f$  gibt das Verhältnis der Interfacebruchenergie  $G_c^i$  zu der Bruchenergie der Faser  $G_c^f$  wieder. Das Verhältnis der Energiefreisetzungsraten  $G_d/G_p$  ist bereits für Faserverbunde mit isotropen Werkstoffkomponenten gemäß He und Hutchinson [5] bekannt und für orthotrope Materialien aus Gupta und Martinez [11, 22] bekannt. Diese wurden für den kohlenstofffaserverstärkten Kohlenstoff bereits aus den analytischen Ansätzen bestimmt. Allerdings vernachlässigen die bisherigen Theorien den Einfluss der unterschiedlichen Wärmeausdehnungskoeffizienten und den Einfluss von Matrixspannungen aufgrund der Volumenschrumpfung. Aus den Tabellenwerten nach Tab. 4-11 kann nun das Verhältnis  $G_d/G_p$  unter Berücksichtigung des Matrixschrumpfens und damit der unterschiedlichen Wärmebehandlung ermittelt werden:

$G_d/G_p$ für C/C nach zusätzlicher Wärmebehandlung (0%-Matrixschrumpfen)	$G_d/G_p$ für C/C nach der Karbonisierung (1%-Matrixschrumpfen)
0,0875	0,0896

Tab.4-12: Verhältnis der Energiefreisetzungsraten  $G_d/G_p$  für 0%- und 1%-Matrixschrumpfen

Die Werte in Tab.4-12 zeigen, dass die zusätzliche Wärmebehandlung nur eine geringe Veränderung des Energiefreisetzungsratenverhältnis beim Einzelfaserverbund bewirkt.

#### 4.6.6 Zusammenfassung der Berechnungen der Energiefreisetzungsraten $G_d$ bzw. $G_p$ des Einzelfaserverbundes

##### Ergebnisse für $G_p$

Abb. 4-15 zeigt, dass die Energiefreisetzungsraten bei Rissabzweigen für das unrelaxierte, schrumpfspannungsbehaftete Material nach der Karbonisierung (1% Matrixschrumpfen,  $\sigma = 264 \text{ MPa}$ ) trotz kleinerer Last größer sind als für das zusätzlich wärmebehandelte Material (0% Matrixschrumpfen  $\sigma = 888 \text{ MPa}$ ).

Die Energiefreisetzungsrate  $G_p$  des karbonisierten Materials (1% Matrixschrumpfen) **in der Faser** ist ebenfalls größer als die im zusätzlich wärmebehandelten, graphitierten Material. Ein Faserbruch wird somit im karbonisierten Material bei gleicher Bruchenergie der Faser begünstigt. Die Bruchenergie der Faser  $G_c^f$  wurde gemäß Tab.4-5 und 4-6 mit  $15 \text{ J/m}^2$  ermittelt. Der Wert der Energiefreisetzungsrate  $G_p$  überschreitet mit  $15,18 \text{ J/m}^2$  gemäß Tab. 4-9 für das karbonisierte Material die Bruchenergie von  $15 \text{ J/m}^2$ . Wohingegen die ermittelte Energiefreisetzungsrate für den zusätzlich wärmebehandelten Werkstoff mit  $2,439 \text{ J/m}^2$  weit unterhalb der Bruchenergie liegt.

Gemäß Ahlborn, Chou und Okura [41] wird die kritische Bruchenergie für eine Glaskohlenstoffmatrix nach einer Behandlung bei  $600^\circ\text{C}$  mit  $16 \text{ J/m}^2$  und bei  $2000^\circ\text{C}$  mit  $37 \text{ J/m}^2$  angegeben. Werte gemäß [42, 43] liegen etwas höher. Bei der Berechnung mit 0%-Matrixschrumpfen und 1% Matrixschrumpfen werden diese Bruchenergien nicht erreicht. Es zeigt sich aber deutlich, dass mit zunehmender Schrumpfspannung in der Matrix die Energiefreisetzungsrate stark anwächst und bei einem bestimmten Wert die Bruchenergie der Matrix überschreitet.

Auffallend ist auch, dass die Energiefreisetzungsrate für 1%-Matrixschrumpfen nach Passieren des Interfaces und Eindringen in die Faser nach kurzem, annähernd konstanten Verlauf abfällt. Im Gegensatz dazu steigt  $G$  bei dem zusätzlich wärmebehandelten Material (0% Matrixschrumpfen) an.

Bereits in Arbeiten von Eric Martin [17, 44] zeigt sich, dass bei der Beanspruchung von Einzelfaserverbunden mit geringen Lasten ein großer Einfluss auf den Verlauf der Energiefreisetzungsrates durch die thermischen Spannungen als Folge der unterschiedlichen Wärmeausdehnungskoeffizienten gegeben wird. Der Einfluss auf die Energiefreisetzungsrates zeigt sich bei den von mir durchgeführten Berechnungen im Fall ohne Matrixrestspannungen nicht, da hier eine wesentlich größere Last aufgeprägt wurde und der Einfluss der Wärmeausdehnungsverhältnisse somit in den Hintergrund gerät.

Weiterhin ist der Verlauf in der Nähe des Interface von großer Bedeutung. Wie bereits von den analytischen Ansätzen von He und Hutchinson [5] bzw. Gupta und Martinez [11, 22] aus Abschnitt 2 bekannt, besteht am Interfacebereich eine Singularität. Die Gleichung 2-14 für  $0 < \lambda < 0,5$  und 2-67 für  $0 < \gamma < -0,5$  sagen hier für  $\Delta a \rightarrow 0$  einen Verlauf für  $G_p$  gegen 0 voraus. Der Grenzwert für  $G_p$  wird unabhängig  $a$ , wenn  $\lambda$  und  $\gamma$  den exakten Wert von  $1/2$  annehmen. Für diesen Sonderfall existiert ein exakter Grenzwert für  $G_p$ . Aus Gleichung 2-12 ergibt sich für den in dieser Arbeit untersuchten kohlenstofffaserverstärkten Kohlenstoff, dass  $\lambda$  nur wenig von  $1/2$  abweicht. Daher ist bei einer Annäherung mit  $\Delta a \rightarrow 0$  im Interface ebenfalls ein Wert  $G_p$  zu ermitteln.

Weiterhin sagen beide Theorien aus, dass es für das Verhältnis  $G_d/G_p$  einen Grenzwert gibt, bzw. für den Sonderfall, wenn der Dundursparameter  $\alpha=0$  (Fasermaterial = Matrixmaterial) ist. Das Verhältnis  $G_d/G_p$  ist nämlich gemäß Gleichung 2-20 unabhängig von  $a$ .

### Ergebnisse für $G_d/G_p$

Die Energiefreisetzungsratesverhältnisse  $G_d/G_p$  betragen 0,0896 nach der Karbonisierung bei 1000°C (1% Matrixschrumpfen) und 0,0875 nach der zusätzlichen Wärmebehandlung (0% Matrixschrumpfen). Aus dem Vergleich  $G_d/G_p$  für 0%- und 1%-Matrixschrumpfen erkennt man, dass die zusätzliche Wärmebehandlung des karbonisierten Materials und die damit einhergehende Relaxation der Matrixschrumpfspannungen einen (wenn auch geringen) Einfluss zeigt. Beide Verhältnisse sind im Vergleich mit den von Gupta mit 0,118 und He und Hutchinson mit 0,248 bestimmten Werte sehr niedrig.

Offenbar spielt hierbei der Unterschied zwischen Einzelfaserverbund und Quasimehrfaserverbund eine wesentliche Rolle. Um die Wirklichkeit besser nachzuahmen, ist daher eine Erweiterung zum Mehrfaserverbund notwendig. Aus diesem Grunde wird in Abschnitt 4.7 eine Randbedingungen zusätzlich eingeführt, die eine Randbedingung im Quasimehrfaserverbund darstellt.

Zusätzlich sei nochmals auf den theoretischen Ansatz von Petrovic [9] hingewiesen. Im Einzelfaserverbund ist gemäß Petrovic [9] keine Abhängigkeit von thermischen Lasten auf das Energiefreisetzungsratenverhältnis  $G_d/G_p$  zu erwarten, wenn die mechanische Last und die thermische Last sich in Phase befinden und eine perfekte Haftung im Interfacebereich vorliegt.

#### 4.6.7 Ergebnisse für Spannungsverteilungen am Interface im Einzelfaserverbund

Die Ergebnisse aus den Spannungsanalysen werden nun ergänzend zu der Analyse der Energiefreisetzungsrate dargestellt. Hierbei wird der Verlauf von Axialspannung in der Faser, Radialspannung und Schubspannung **entlang des Interfaces** vom Matrixriss aus bis an den Modellrand betrachtet.

##### Axialspannungen in der Faser im Einzelfaserverbund

Die Darstellung der Axialspannungen in der Faser gemäß Abb. 4-16 wurde für 0%-Matrixschrumpfen (relaxiertes Material), 1%-Matrixschrumpfen ( karbonisiertes Material ) und 2%-Matrix-schrumpfen erstellt. Die Kurven für 2%-Matrixschrumpfen dienen als Vergleich, um den Einfluss großer Matrixschrumpfspannungen zu verdeutlichen.

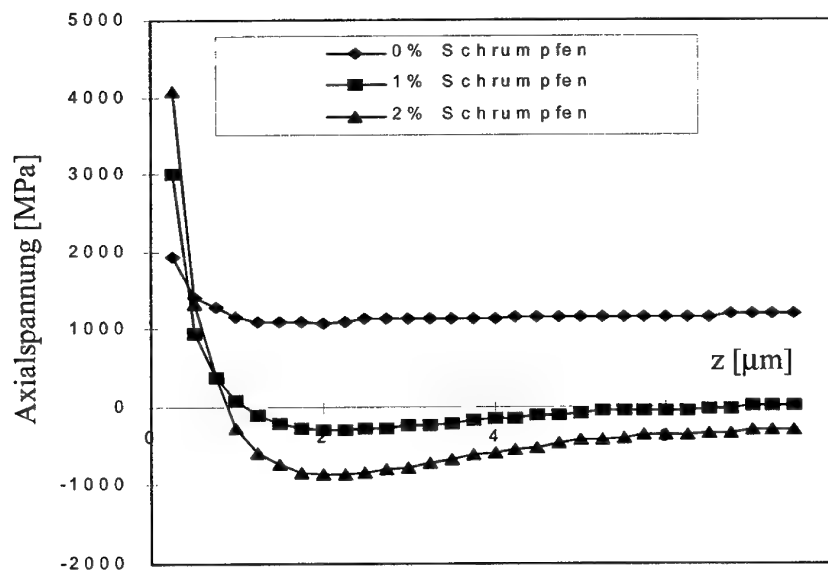


Abb.4-16: Axialspannungen (Faser) im Einzelfaserverbund

Aufgrund der Annahme der perfekten Haftung tritt in Rissnähe eine Mode-I Spannungssingularität für alle drei Fälle auf. Der Riss ist dort folglich einer Zugbelastung ausgesetzt. Der Spannungsverlauf ändert sich im Interface über den betrachteten Bereich. Längs des Interfaces fallen die Axialspannungen für 1%- und 2%-Matrixschrumpfen in den Druckbereich. Nach einem Druckmaximum zwischen 1,5 und 3  $\mu\text{m}$  Interfacelänge verringern sich diese Axialspannungen leicht. Sie gehen aber nicht in den Zugbereich über. Der Rückgang der 1%-Kurve auf „Null“ ist zufällig.

Die Axialspannungen für das relaxierte Material bleiben aufgrund der hohen mechanischen Beanspruchung über das ganze Interface im Zugbereich.

#### Radialspannungen im Einzelfaserverbund

Die Radialspannungen für 0%-, 1%- und 2%-Matrixschrumpfen sind in Abb. 4-17 dargestellt.

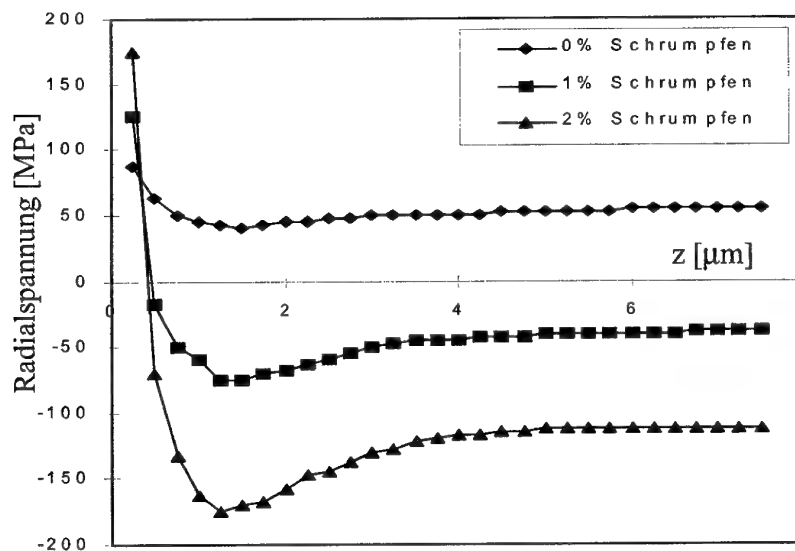


Abb.4-17: Radialspannungen im Einzelfaserverbund

Charakteristisch für den Verlauf für alle drei Kurven ist wiederum die Spannungssingularität an der Risspitze, die über den weiteren Verlauf des Interfaces abklingt. Die Singularität wird auch hier durch die Annahme der perfekten Haftung zwischen Faser und Matrix im C/C-Einzelfaserverbund verursacht.

Auffallend ist ebenfalls der charakteristische Unterschied zwischen dem relaxierten Material und dem unrelaxierten (karbonisierten) Material, indem Matrixschumpfung nach der Karbonisierung aufgetreten ist. Die an der Rissspitze als Zugbeanspruchung ausgeprägte Spannungssingularität fällt im weiteren Verlauf des Interfaces in den Druckbereich ab. Das Druckmaximum befindet sich zwischen 0,75 und 2,25  $\mu\text{m}$  Interfacelänge von der Rissspitze entfernt.

Im Gegensatz dazu unterliegt der relaxierte C/C-Einzelfaserverbund über den gesamten Interfacebereich einer Zugbeanspruchung zwischen Faser und Matrix, was zu einer Begünstigung von Interfacerissen führt. Die Erklärung hierfür liegt in den unterschiedlichen Wärmeausdehnungskoeffizienten in Faser und Matrix bei identischer Querkontraktionszahl. Beim relaxierten Material kontrahiert die Faser radial stärker als die Matrix beim Abkühlen. Beim unrelaxierten Material kompensieren die Matrixschumpfungsspannungen den Effekt der unterschiedlichen Wärmeausdehnungskoeffizienten. Das Vorhandensein von Druckspannungen über den Interfacebereich bei dem karbonisierten C/C reduziert die Anfälligkeit zur Bildung von Interfacerissen.

#### Schubspannungen im Einzelfaserverbund in der Grenzfläche

Betrachtet man die Schubspannungsverläufe in Abb. 4-18, so erkennt man ebenfalls einen bedeutenden Einfluss der Matrixschumpfung.

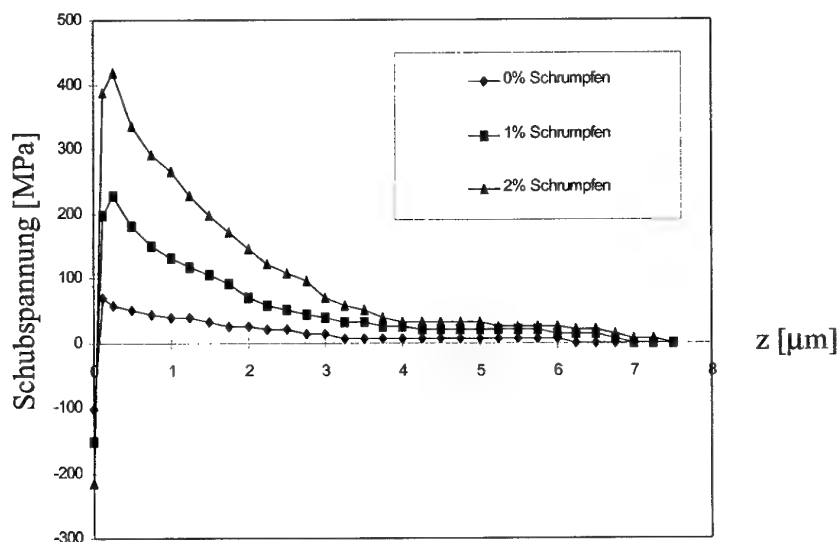


Abb.4-18: Schubspannungen im Einzelfaserverbund

Ein Schrumpfen der Matrix um 1% und 2% verursacht große Schubspannungen im Interfacebereich. Die Kurve mit 0%-Schrumpfen fällt deutlich geringer aus. Die Verläufe sind aber in ihrer Charakteristik gleich. Alle besitzen eine Singularität an der Riss Spitze. Der Schubspannungsverlauf steigt bereits kurz nach der Riss Spitze im Interface auf ein Maximum, was allerdings bei dem relaxierten Material sehr gering ausfällt. Nach dem Maximum fallen die Schubspannungen zum oberen Modellrand hin und damit mit zunehmender Interfacelänge auf den Wert 0.

#### 4.7 Berechnung des Energiefreisetzungsratenverhältnisses $G_d/G_p$ für kohlenstofffaserverstärkten Kohlenstoff-Quasimehrfaserverbund

##### 4.7.1 Allgemeines

Die bisherigen Berechnungen wurden ausschließlich für einen Einzelfaserverbund ermittelt. Die Versuche wurden allerdings an Mehrfaserverbunden durchgeführt. Es ist somit eine Erweiterung des Modells notwendig. Im folgenden wurde eine zusätzliche Randbedingung eingeführt. Diese Randbedingung stellt eine der Randbedingungen eines Mehrfaserverbundes dar. Versagt ein Einzelfaserverbund, der in einem Mehrfaserverbund eingebettet ist, dann geschieht dies unter anderen Randbedingungen als beim Versagen eines einzelnen Einzelfaserverbundes. Beim Versagen des Einzelfaserverbundes in einem Mehrfaserverbund kann davon ausgegangen werden, dass die radiale Verschiebung auf der Matrixaußenfläche in Rissnähe identisch mit der Verschiebung in einer Entfernung vom Riss ist. Diese konstante radiale Verformung wird nun in einer Berechnung aufgezwungen. Diese behinderte Radialverschiebung wird im folgenden als Quasimehrfaserverbund bezeichnet.

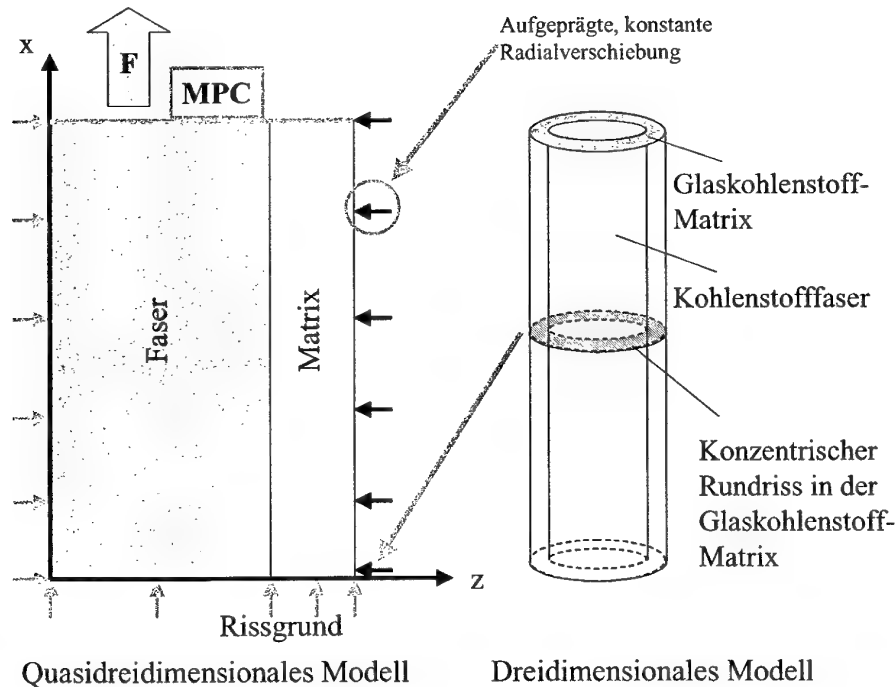


Abb.4-19: Quasimehrfaserverbund mit aufgeprägter konstanter Radialverschiebung



#### 4.7.2 Modellierung eines Quasimehrfaserverbundes( Behinderung der radialen Verschiebung)

Die radiale Aufweitung, die im Einzelfaserverbund in der Nähe des Risses größer als im ungestörten Bereich ist, muss verhindert werden. Dazu war es notwendig, eine Berechnung ohne aufgeprägte Radialverschiebungen durchzuführen und die radiale Verschiebung im ungestörten Bereich zu ermitteln. Die Verschiebung muss gemäß Abb.4-19 radial für den gesamten Einzelfaserverbund (mit konstanter Größe) aufgeprägt werden. Dadurch wird eine Randbedingung ähnlich wie in einem **Mehrfaserverbund** erzeugt (im folgenden **Quasimehrfaserverbund** genannt). Für die u.a. Fälle wurden die entsprechenden Berechnungen durchgeführt und wiederum die Energiefreisetzungsraten für Penetration und Rissabzweigung berechnet und ins Verhältnis gesetzt.

- kohlenstofffaserverstärkter Kohlenstoff nach der Karbonisierung (1% Matrixschrumpfen)
- kohlenstofffaserverstärkter Kohlenstoff nach einer zusätzlichen Wärmebehandlung (0% Matrixschrumpfen)

#### 4.7.3 Energiefreisetzungsrate für den schrumpfspannungsbehafteten kohlenstofffaserverstärkten Kohlenstoff nach der Karbonisierung bzw. Graphitierung

Die Tab. 4-13 stellt die Energiefreisetzungsraten  $G_d$  und  $G_p$  bei der Berechnung mit Matrixschrumpfen von 1% dar.

$a/a_i$ [1]	$G_p$ [J/m <sup>2</sup> ] (1%) $\sigma=264$ MPa	$G_d$ [J/m <sup>2</sup> ] (1%) $\sigma=264$ MPa
1,013	13,179	
1,015		1,906
1,044		2,255
1,075		2,204
1,106		2,237

Tab. 4-13 Energiefreisetzungsraten des Quasimehrfaserverbundes nach der Karbonisierung (1% Matrixschrumpfen)

Die Tab. 4-14 zeigt die Werte für den Fall 0%-Matrixschrumpfspannungen.

$a/a_i$ [1]	$G_p$ [J/m <sup>2</sup> ] (0%) $\sigma=888$ MPa	$G_d$ [J/m <sup>2</sup> ] (0%) $\sigma=888$ MPa
1,013	2,514	
1,015		0,318
1,044		0,499
1,075		0,572
1,106		0,662

Tab.4-14: Energiefreisetzungsraten des Quasimehrfaserverbundes nach der zusätzlichen Wärmebehandlung (Graphitierung, 0% Matrixschrumpfen)

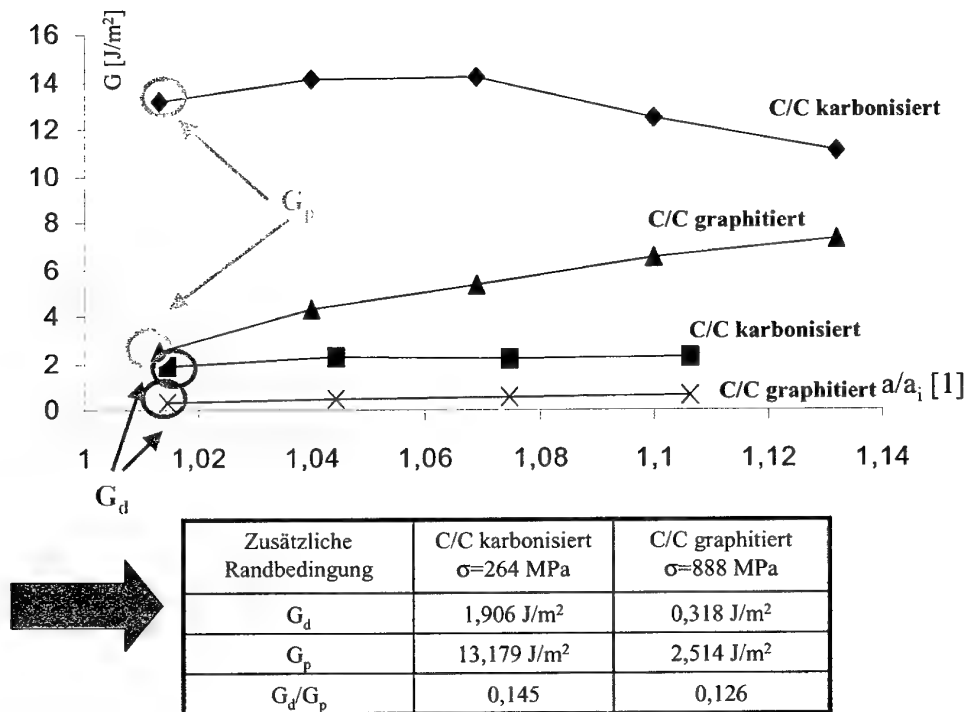


Abb.4-20: Energiefreisetzungsraten des Quasimehrfaserverbundes für 1%-Matrixschrumpfen nach der Karbonisierung und für 0% Matrixschrumpfen nach der Graphitierung

Nach der Karbonisierung ist eine Restspannung in der Matrix vorhanden (Abb. 4-20). Diese entsteht aufgrund von 1% Matrixschrumpfen. Diese Schrumpfspannungen können erst durch eine anschließende zusätzliche Temperaturbehandlung relaxiert werden. Aus der Berechnung unter Berücksichtigung von 1% Matrixschrumpfen erhält man für die Energiefreisetzungsrate  $G_p$  für einen möglichen Faserbruch einen Wert von 13,179 J/m<sup>2</sup>. Für die Energiefreisetzungsrate für Rissabzweigung am Interface wird ein Wert von  $G_d=1,906$  J/m<sup>2</sup> ermittelt.

Für das graphitierte Material sind die Energiefreisetzungsraten nach der zusätzlichen Wärmebehandlung ebenfalls in Abb. 4-20 dargestellt. Hierbei beträgt die Matrixschrumpfspannung 0%. Lediglich thermische Spannungen aufgrund unterschiedlicher Wärmeausdehnungskoeffizienten spielen hier eine Rolle. Die Finite Element Rechnung ergibt für die Rissabzweigung eine Energiefreisetzungsrate  $G_d$  von  $0,318 \text{ J/m}^2$ . Die Energiefreisetzungsrate  $G_p$ , die einen Faserbruch erzeugt, wird mit  $2,514 \text{ J/m}^2$  ermittelt.

#### 4.7.4 Zusammenfassung der Berechnung des Quasimehrfaserverbundes

Im Gegensatz zu den Rechnungen des Einzelfaserverbundes, die bereits erstellt worden sind, wird durch die zusätzlichen Randbedingung ein Quasimehrfaserverbund realisiert.

Aus Abb. 4-20 wird der  $G_d/G_p$ -Wert von  $0,318/2,514=0,1265$  für das relaxierte Material und ein  $G_d/G_p$ -Wert von  $1,906/13,179=0,1446$  für das karbonisierte Material ermittelt. Die Auswertung zeigt, dass sich die Verhältniswerte (Deflection/Penetration) um ca. 14,31% von 0,1265 auf 0,1446 vergrößert, wenn Matrixspannungen vorhanden sind. Diese Erhöhung ist deutlicher als bei den bisherigen Modellen.

Nach der Karbonisierung beträgt die Energiefreisetzungsrate für  $G_p$   $13,179 \text{ J/m}^2$ . Die zusätzliche Wärmebehandlung lässt die Energiefreisetzungsrate deutlich sinken ( $G_p = 2,514 \text{ J/m}^2$ ). Der Wert von  $G_p = 2,514 \text{ J/m}^2$  ist zu gering um eine Schädigung der Faser nach der Graphitierung zu erzeugen. Die deutlich höhere Energiefreisetzungsrate von  $G_p=13,179 \text{ J/m}^2$  erscheint für die Kohlenstofffaser nach der Karbonisierung deutlich kritischer zu sein. Die Energiefreisetzungsraten in der Matrix sind in dem schrumpfspannungsbehafteten Material ebenfalls sehr groß, da  $G \approx \sigma^2$  ist. Daher ist ein Versagen der Faser nach der Karbonisierung infolge von Matrixrissen sehr wahrscheinlich. Eine Änderung im Bruchmodus in Folge der Graphitierung ist zu erwarten, da weniger Matrixrisse auftreten und die Energiefreisetzungsrate für Penetration relativ gering ist. Hierbei sei jedoch kritisch zu bemerken, dass im Einzelfaserverbund eine Risspenetration zum Versagen des Einzelfaserverbundes führt. Dagegen muss der Mehrfaserverbund noch nicht versagen, wenn ein Einzelfaserverbund als Teil des Gesamtverbundes versagt.

Im folgenden Abschnitt wird nun nicht mehr eine perfekte Haftung zwischen Faser und Matrix angenommen. Die Kraftübertragung erfolgt durch Reibung im Interface.

## 4.8 Untersuchung von Reibungseinflüssen im Interface

### 4.8.1 Allgemeines

In den bisherigen Untersuchungen wurde zwischen Faser und Matrix eine perfekte Haftung vorausgesetzt. Dadurch ist eine Spannungsübertragung in der Faser-Matrix-Grenzfläche gewährleistet. Kräfte zwischen den beiden Medien können jedoch auch durch Reibung übertragen werden. Die auf die Faser einwirkende radiale Druckspannung aus dem Abkühlprozess ermöglicht über das Coulombsche Gesetz Reibungskräfte zu übertragen, die das Verhalten des Einzelfaserverbundes erheblich beeinflussen. Aus diesem Grunde wurde ein Modell entwickelt, mit dem Reibung im Interface modelliert werden konnte. NASTRAN bietet hier die Möglichkeit, dies in Form von GAP-Elementen [45] zu modellieren. Mit Hilfe dieser GAP-Elemente ist es möglich, zwischen Faser und Matrix die Kraftübertragung durch Reibung zuzulassen. Hierbei soll der Unterschied zur perfekten Haftung zwischen Faser und Matrix untersucht werden. Als erstes werden die Bereiche ermittelt, in denen Kraftübertragung zwischen Faser und Matrix aufgrund von Haftreibung bzw. Gleitreibung erfolgt. Dabei wird zwischen dem Einzelfaserverbund und dem Quasimehrfaserverbund unterschieden, wobei die Größe der Matrixschrumpfspannungen den wesentlichen Einflussfaktor darstellt.

### 4.8.2 Modellierung mit Hilfe des FEM-Programms NASTRAN

Für die folgenden Berechnungen war eine Verdoppelung der Modelllänge notwendig, da Störspannungen am Modellende ausklingen sollen. Bei der Modellierung der Reibung (geringere Spannungsübertragung in der Faser/Matrix-Grenzfläche) erfordert dies eine größere Modelllänge. Die Seitenlänge (Höhe) im Interfacebereich wurde gleich gewählt, um eine gleichmäßige Vernetzung zu erhalten. Dadurch ist es einfacher die Gleitlänge im Interfacebereich zu bestimmen. Je nach Größe der auftretenden Schubspannungen im Verhältnis zur Coulombschen Reibung kommt es in der Grenzfläche zwischen Faser und Matrix entweder zur Ausbildung von einer Gleitreibungszone oder einer Haftreibungszone.

Für die Gleitreibungszone (Gleitlänge) gilt:

$$\sigma_{rz} \geq \mu \sigma_{rr} \quad (4-24)$$

Für die Haftreibungszone gilt:

$$\sigma_{rz} < \mu \sigma_{rr} \quad (4-25)$$

Es sollen im folgenden zwei grundsätzliche Probleme in Bezug auf Reibung zwischen Faser und Matrix [46, 47, 48, 49] behandelt werden:

- Einfluss des Reibungskoeffizienten zwischen Faser und Matrix auf die Gleitlänge
- Einfluss des Reibungskoeffizienten zwischen Faser und Matrix auf  $G_p$

#### 4.8.3 Einfluss der Reibung auf die Gleitlänge

Hierzu wurde der Reibungskoeffizient  $\mu$  in einem Bereich von 0,2 und 0,8 variiert. Anhand des .f06-Files, das von NASTRAN erzeugt wird, kann die Gleitlänge ermittelt werden. Für jeden Reibungskoeffizienten wurde eine separate Rechnung durchgeführt.

#### 4.8.4 Einfluss der Reibung auf die Gleitlänge bei 1% und 2%- Matrixschrumpfen beim Einzelfaserverbund

Für den Lastfall mit  $\sigma=264$  MPa und 1% Matrixschrumpfspannungen wurde die Gleitlänge in Abhängigkeit vom Reibungskoeffizienten  $\mu$  für den Einzelfaserverbund und den Quasimehrfaserverbund [mit behinderten radialen Verschiebungen] ermittelt. Die Gleitlängen werden graphisch und tabellarisch dargestellt. Es ist zu erwarten, dass herstellungsbedingte Einflüsse, die eine größere Matrixschrumpfspannung hervorrufen, eine deutliche Änderung in den Gleitlängen verursachen. Dieser Einfluss wird mit einer Vergleichsrechnung ermittelt. Dazu wurden die Matrixschrumpfspannungen verdoppelt (2% Matrixschrumpfen) und wiederum Berechnungen für den Einzelfaserverbund und den Quasimehrfaserverbund durchgeführt. Tab. 4-15 gibt die Länge der Gleitreibungszone, im folgenden als Gleitlänge bezeichnet, die in einem kohlenstofffaserverstärkten Kohlenstoff in Abhängigkeit vom Reibungskoeffizienten  $\mu$  zwischen Faser und Matrix auftreten, wieder.

Reibungskoeffizient $\mu$	Gleitlängen für den Einzelfaserverbund [ $\mu\text{m}$ ]	
	1% Matrixschrumpfen	2% Matrixschrumpfen
0,2	40,00	40,00
0,4	40,00	22,52
0,5	31,83	17,00
0,6	26,35	14,70
0,8	19,48	10,87

Tab. 4-15: Gleitlänge für Einzelfaserverbund mit 1% und 2 %Matrixschrumpfen

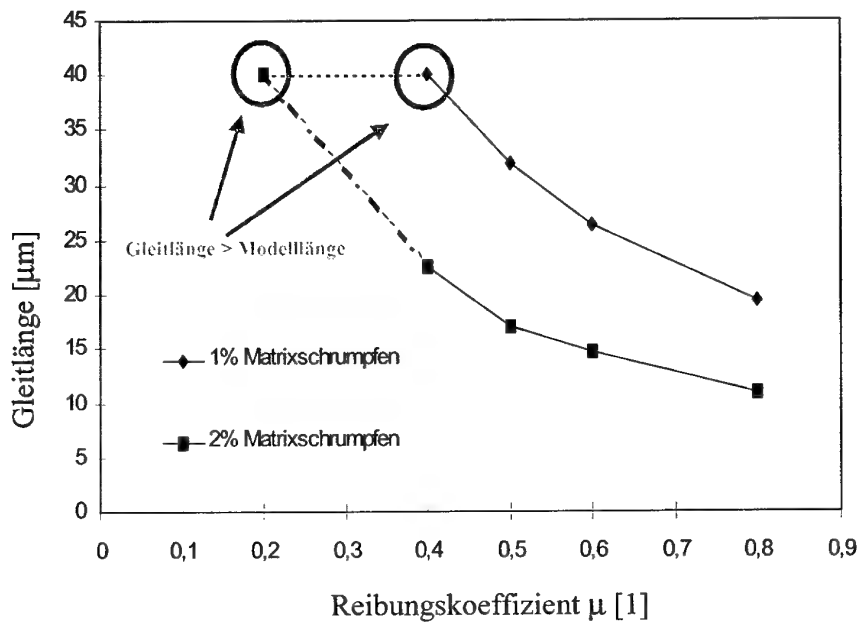


Abb.4-21: Gleitlänge für Einzelfaserverbund in Abhängigkeit vom Reibungskoeffizienten für 1% - und 2% - Matrixschumpfen

Es zeigt sich eine deutliche Abhängigkeit der Gleitlänge vom Reibungskoeffizienten. Die gestrichelte Linie zwischen  $\mu = 0,2$  und  $0,4$  deutet an, dass Gleiten über die gesamte Modellhöhe stattfindet. Dieser Bereich unmittelbar am oberen Modellrand muss für eine weitere Betrachtung ausgeklammert werden.

#### 4.8.5 Einfluss der Reibung auf die Gleitlänge bei 1% und 2%- Matrixschumpfen beim Quasimehrfaserverbund

Für den Quasimehrfaserverbund wird eine Verringerung der Gleitlängen erwartet, da die radiale Aufweitung durch die umliegende Verbundstruktur verhindert wird. Die Berechnung für den Quasimehrfaserverbund ist im folgenden dargestellt.

Reibungskoeffizient $\mu$	Gleitlängen für den Quasimehrfaserverbund [ $\mu\text{m}$ ]	
	1% Matrixschumpfen	2% Matrixschumpfen
0,2	40,00	38,97
0,4	34,43	20,96
0,5	27,39	16,61
0,6	22,87	13,74
0,8	16,70	09,83

Tab.4-16: Gleitlängen für Quasimehrfaserverbund mit 1%- und 2%-Matrixschumpfen

Tab. 4-16 gibt die Gleitlängen zwischen Faser und Matrix in Abhängigkeit vom Reibungskoeffizienten  $\mu$  an. Hierbei wurde wiederum der Prozentsatz des Matrixschumpfens von 1% und 2% angenommen, um den Einfluss herstellungsbedingter Schumpfspannungen nach der Karbonisierung bei ca. 1000°C darzustellen. Bei Betrachtung der Gleitlängen gemäß Abb. 4-22 des Quasimehrfaserverbundes sieht man deutlich eine Reduzierung der Gleitlängen infolge der verhinderten radialen Aufweitung und damit der größeren radialen Druckspannung.

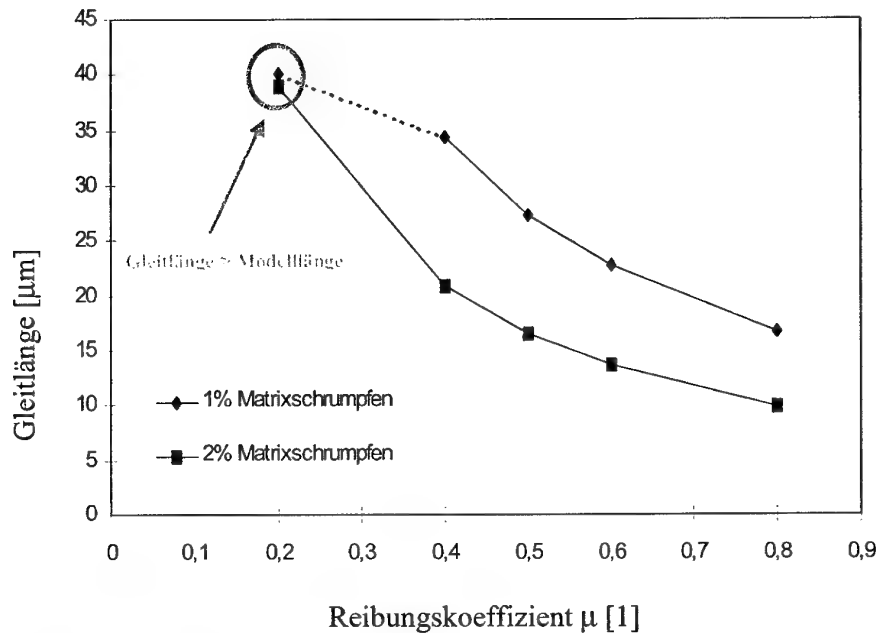


Abb.4-22: Gleitlänge für Quasimehrfaserverbund in Abhängigkeit vom Reibungskoeffizienten für 1%- und 2%- Matrixschumpfen

Im folgenden soll nun der Einfluss der Matrixschumpfspannungen auf die Energiefreisetzungsraten bei Penetration (Faserbruch) ermittelt werden.

#### 4.8.6 Einfluss der Reibung auf die Energiefreisetzungsraten für Penetration $G_p$

Nach dem Auftreten von Rissabzweigung an der Faseroberfläche ist es durch die Spannungsübertragung als Folge von Reibung trotzdem möglich, dass Faserversagen (Penetration) auftritt. Dieses mögliche Verhalten wird nun untersucht. Für die Ermittlung der Energiefreisetzungsraten wurde die Methode nach Kaninen [30] verwendet. Hierbei wurde jeweils die Last  $\Delta F$  ermittelt, die benötigt wird, um den Riss (mit der Rissöffnung  $\Delta z$ ) wieder zu schließen.

Der Rissfortschritt  $\Delta a$  wurde hierbei jeweils vom Interface aus in die Faser in der gleichen Ebene des Anfangsrisses angenommen. Die Gegenüberstellung von Penetration und Abzweigung ist nicht sinnvoll, da Abzweigung (durch die fehlende Haftung) hierbei nicht relevant ist. Meine weiteren Betrachtungen beschränken sich daher auf den Rissfortschritt als Penetrationsriss. Die Energiefreisetzungsrate  $G$  wird nach folgender Formel für das FEM-Modell berechnet:

$$G = \frac{1}{2\Delta A} F \Delta u \quad (4-25)$$

wobei  $\Delta A$  die Fläche der konzentrischen Risserweiterung und  $F$  die Knotenkraft darstellen, die notwendig ist, um die Rissöffnung  $\Delta u$  auf „NULL“ zu kompensieren. Die Einzelwerte wurden für die jeweiligen Reibungskoeffizienten aus jeweils zwei Rechnungen ermittelt. Nach der ersten Rechnung (Ergebnis:  $F$ ) wurde der Riss um eine gewisse Länge  $\Delta a$  erweitert, was einer konzentrischen Erweiterung  $\Delta A$  bei rotationssymmetrischer Anordnung entspricht. Damit wurde die Rissöffnung  $\Delta u$  berechnet.

#### 4.8.7 Ermittlung von $G_p$ in Abhängigkeit vom Reibungskoeffizienten für den Einzelfaserverbund

Bei der folgenden Rechnung wird die Abhängigkeit der Energiefreisetzungsrate  $G_p$  vom Reibungskoeffizienten und zusätzlich der Effekt der Matrixschrumpfspannungen berücksichtigt. Matrixschrumpfen von 1% bzw. 2% wurde berücksichtigt. Die Ergebnisse sind über dem Reibungskoeffizienten aufgetragen.

Reibungskoeffizient $\mu$ [1]	Energiefreisetzungsrate $G_p$ [J/m <sup>2</sup> ]	
	1% Matrixschrumpfen	2% Matrixschrumpfen
0,2	0,078	0,162
0,4	0,099	0,322
0,5	0,112	0,385
0,6	0,125	0,469
0,8	0,148	0,641

Tab.4-17: Energiefreisetzungsraten für Einzelfaserverbund mit 1% und 2%-  
 Matrixschrumpfen



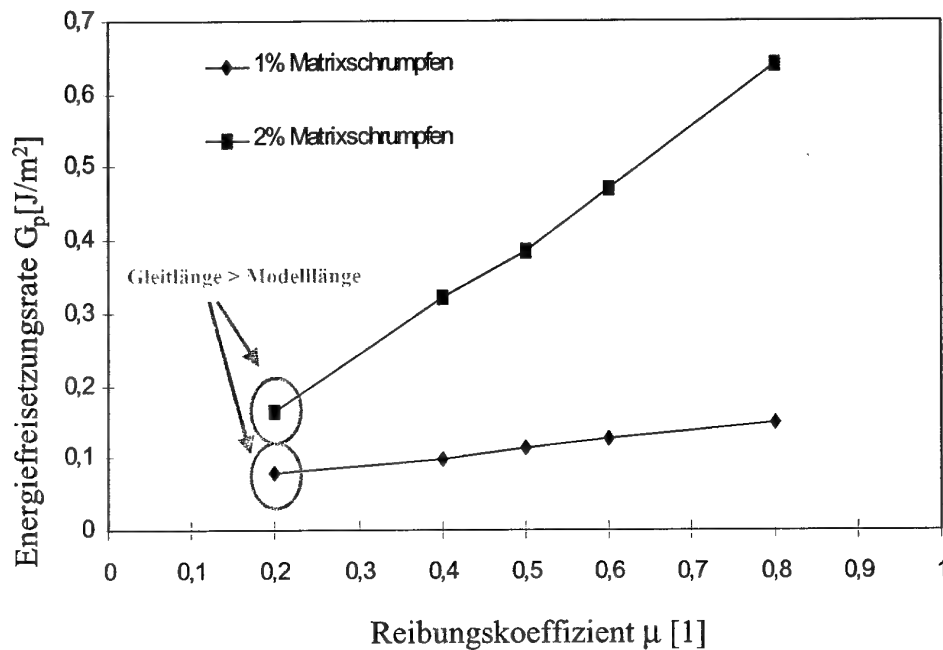


Abb.4-23: Energiefreisetzungsrate in Abhängigkeit von  $\mu$  für den Einzelfaserverbund bei 1%- und 2%-Matrixschumpfen

Abb.4-23 zeigt eine deutliche Zunahme der Energiefreisetzungsrate bei Vergrößerung des Reibungskoeffizienten zwischen Faser und Matrix. Wenn man mehr Reibung zulässt, wird folglich die Wahrscheinlichkeit eines Faserbruchs erhöht. Die Energiefreisetzungsrate steigt bei größeren Matrixschumpfschpannungen ebenfalls deutlich an. Die Tendenz zum Faserbruch bei hohen Matrixschumpfschpannungen ist somit eher gegeben. Vergleicht man die Ergebnisse mit den Ergebnissen aus den Berechnungen mit perfekter Haftung, so ist ersichtlich, dass die Energiefreisetzungsrate deutlich geringer sind. Dies ist damit zu erklären, dass nur noch ein geringer Anteil der Spannungen im Interface infolge der Reibung übertragen wird und damit nur noch eine geringe Energiefreisetzungsrate für Risspenetration resultiert.

Um Aussagen für den Quasimultifaserverbund zu erhalten, wurden die Rechnungen auch für diesen durchgeführt. Die Ergebnisse sind im folgenden dargestellt.

#### 4.8.8 Ermittlung der Abhängigkeit der Energiefreisetzungsrate von den Reibungskoeffizienten für den Quasimultifaserverbund

Im folgenden wird nun der Einfluss von Matrixschumpfung beim Quasimultifaserverbund diskutiert.

Es wurde wie bereits beschrieben die Energiefreisetzungsrate für den Spannungszustand im Mehrfaserverbund ermittelt, wo die Rissfläche im Vergleich zum Verbundquerschnitt vernachlässigbar klein ist. Dies bedeutet, dass die Rissebene die gleiche radiale Verformung erfährt wie eine Ebene weit von dem Riss entfernt. Für die Simulation des Quasimehrfaserverbundes mussten daher wieder pro Energiefreisetzungsrate eine Vorrechnung erfolgen, mit der die Verschiebung am oberen Modellrand, d.h. weit weg vom Riss ermittelt wurde. Diese radiale Verschiebung wurde dann auf die gesamte Außenfläche aufgeprägt.

Reibungskoeffizient $\mu$ [1]	Energiefreisetzungsrate $G_p$ [J/m <sup>2</sup> ]	
	1% Matrixschumpfen	2% Matrixschumpfen
0,2	0,076	0,605
0,4	0,109	1,273
0,5	0,145	1,723
0,6	0,169	2,218
0,8	0,206	3,563

Tab.4-18: Energiefreisetzungsraten für Quasimehrfaserverbund mit 1% und 2% Matrixschumpfen

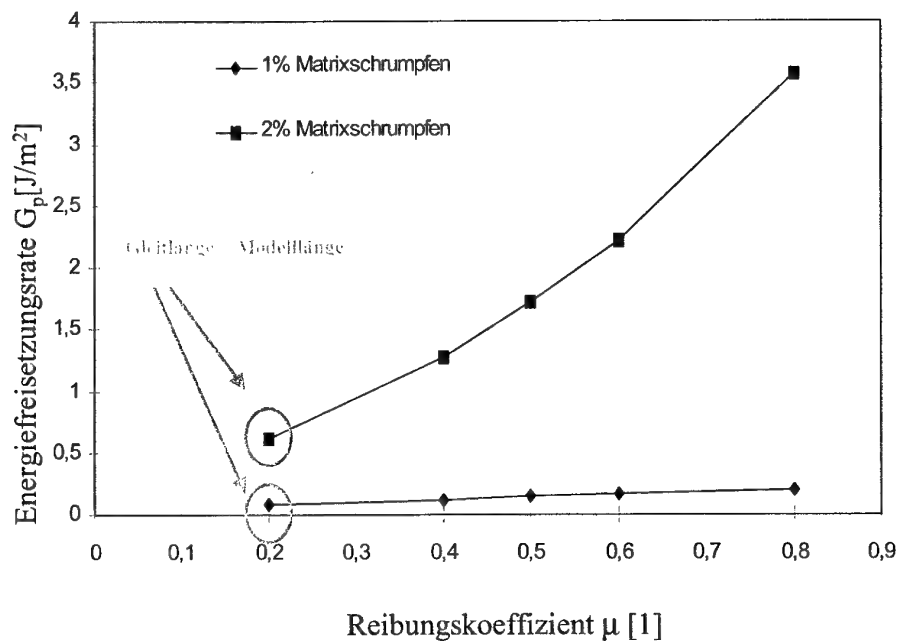


Abb.4-24: Energiefreisetzungsraten in Abhängigkeit von  $\mu$  für den Quasimehrfaserverbund bei 1% Matrixschumpfen und 2% Matrixschumpfen

Es zeigt sich, dass die Energiefreisetzungsraten über denen des Einzelfaserverbundes liegen. Diese Tendenz wurde schon bei dem Modell mit perfekter Haftung ermittelt. Die für den Einzelfaserverbund ermittelte Tendenz, nämlich den Anstieg der Energiefreisetzungsrate mit der Zunahme des Matrixschrumpfung, wird auch hier wieder bestätigt. Die Steigung der Kurven mit 2% Matrixschrumpfung liegt deutlich über der 1%-Kurve, so dass auch noch die Abhängigkeit vom Reibungskoeffizienten vergrößert wird.

Die geringen Werte für die Energiefreisetzungsrate bei 1% sind darauf zurückzuführen, dass die Radialkomponente der Druckspannungen, die auf das Interface wirkt, geringer ist als bei 2%-Matrixschrumpfung. Damit kann nur eine geringe Kraftübertragung zwischen Faser und Matrix erfolgen, was sich in einer niedrigen Energiefreisetzungsrate äußert.

#### **4.8.9 Ergebnisse der Untersuchung des Einflusses der Reibung zwischen Faser und Matrix auf die Eigenschaften von kohlenstofffaserverstärktem Kohlenstoff**

##### Ergebnisse der Energiefreisetzungsraten bei 1% und 2% Matrixschrumpfen

Die Darstellung der Energiefreisetzungsraten bei Penetration  $G_p$  gemäß Abb.4-23 zeigt eine lineare Abhängigkeit zwischen  $G_p$  und dem Reibungskoeffizienten  $\mu$ . Mit zunehmendem Reibungskoeffizienten nimmt die Energiefreisetzungsrate ebenfalls zu. Charakteristisch ist auch, dass die Energiefreisetzungsrate für 2% Matrixschrumpfen deutlich höher ist als für 1% Matrixschrumpfen. Bei hohen Schrumpfspannungen wird somit ein Faserbruch eher ermöglicht als bei niedrigen. Ein großer Reibungskoeffizient zwischen Faser und Matrix bewirkt ebenfalls eine Tendenz zum Faserbruch. Für den Quasimehrfaserverbund zeigt sich ebenfalls eine lineare Abhängigkeit in dem Bereich zwischen  $\mu=0,4$  und  $\mu=0,8$ . Die Charakteristik der Verläufe entsprechen denen des Einzelfaserverbundes. Lediglich die Höhe der Energiefreisetzungsraten übertrifft die des Einzelfaserverbundes.

##### Betrachtung der Spannungen in Abhängigkeit vom Matrixschrumpfen und Reibung im Interface

Es werden nun die Auswirkungen der Anwesenheit von Schrumpfspannungen in der Matrix bzw. Veränderung des Reibungskoeffizienten auf die Radialspannungen und Axialspannungen im Interfacebereich dargestellt.

## Radialspannungen

Zunächst soll der Einzelfaserverbund betrachtet werden. In Abb. 4-24 ist die Radialspannung dargestellt. Die Kurven geben die Abhängigkeit der Radialspannung entlang des Interfaces in Abhängigkeit vom Reibungskoeffizienten an. Charakteristisch ist zunächst, dass die Radialspannung in einer diskreten Entfernung vom Riss im Druckbereich ist.

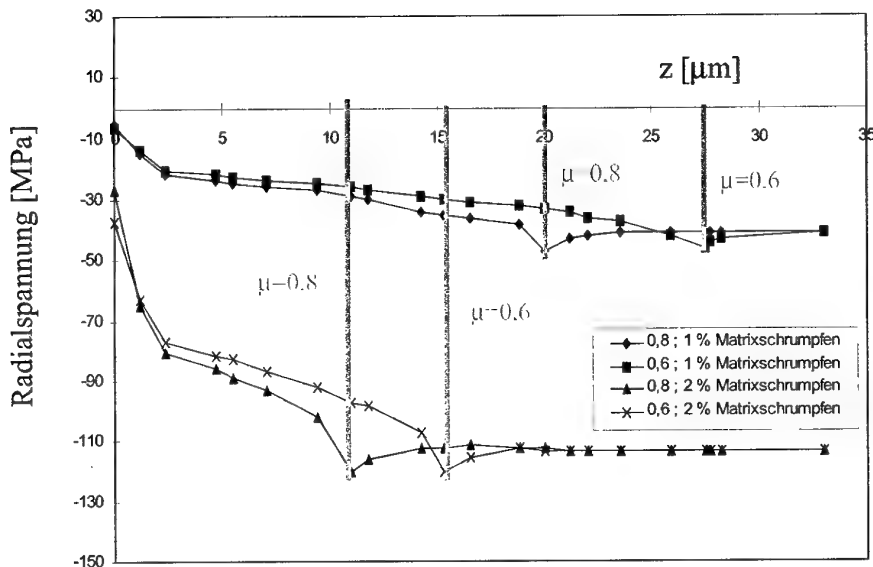


Abb.4-25: Radialspannungen im Interface

Weiterhin besitzen die Spannungsverläufe für  $\mu=0,6$  und  $0,8$  einen charakteristischen Verlauf. Die Gleitlänge wird nämlich durch ein **lokales Spannungsminimum am Übergang** von der Gleitreibungszone zur Haftreibungszone gekennzeichnet.

Für  $\mu=0,6$  beträgt die Gleitlänge gemäß Tab. 4-15 für 1% Matrixschumpfen  $26,35\mu\text{m}$ . Für 2% Matrixschumpfen wird sie auf  $14,7\mu\text{m}$  reduziert. Für  $\mu=0,8$  folgt eine Gleitlänge von  $19,48\mu\text{m}$  bzw.  $10,87\mu\text{m}$ . Weiter erkennt man, dass eine Verdoppelung des Matrixschumpfens eine deutliche Vergrößerung der Radialspannungen in den Druckbereich hervorruft. Es zeigt sich auch, dass im Gleitbereich (innerhalb der Gleitlänge) eine Abhängigkeit der Radialspannung vom Reibungskoeffizienten vorhanden ist. Kleine Reibungskoeffizienten führen zu einer Verschiebung der Spannung in Richtung des Zugbereiches (also zu kleineren Druckspannungen hin). Daraus erkennt man, dass ein Interface mit geringer Reibung zwischen Faser und Matrix dem Matrixriss ein Fortschreiten im Interfacebereich ermöglicht und die Wahrscheinlichkeit eines Faserbruches verringert.

### Axialspannungen, Faser

Die Betrachtung der Abb.4-26 gibt einen Eindruck von den Axialspannungen in der Faser entlang des Interfaces. Auch hieraus lassen sich wieder anhand der lokalen Minima die Gleitlängen ablesen.

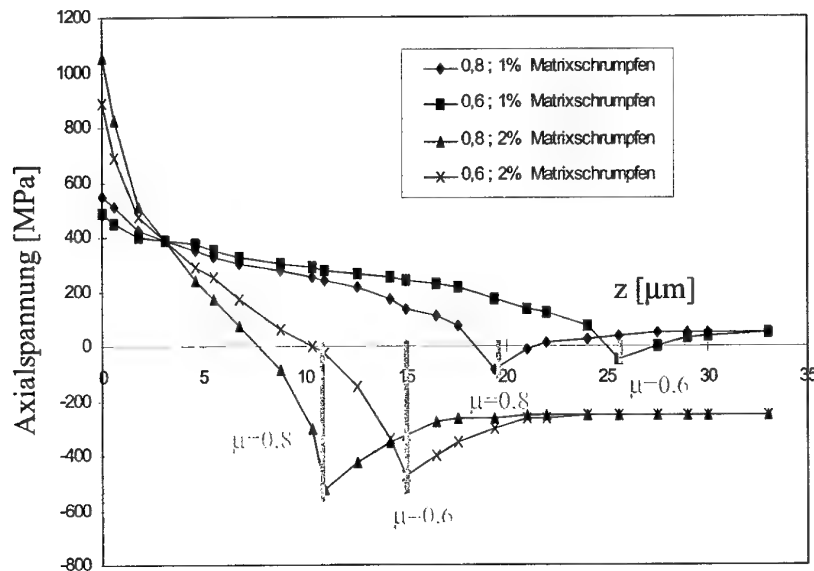


Abb.4-26: Axialspannungen

Der Vergleich zwischen den Axialspannungsverläufen im unmittelbaren Bereich des Rissgrundes ist hier von großer Bedeutung. Die Berechnung mit einer Matrixschumpfung von 2% und einem Reibungskoeffizienten von 0,8 ergibt hierbei die größte Zugspannung an der Rissspitze und damit der größten Spannungssingularität. Rechnungen mit geringer Matrixschumpfung und kleinen Reibungskoeffizienten führen hier zu kleinen Werten.

#### **4.8.10 Zusammenfassung der Rechnungen mit Reibung zwischen Faser und Matrix**

Die Anbindung im Faser-/Matrixbereich als perfekte Haftung bewirkt eine deutliche Tendenz zum Faserversagen. Die Möglichkeit, im Interfacebereich eine Kraftübertragung durch Reibung zu ermöglichen, verringert die Wahrscheinlichkeit des Faserbruches. Hierbei wird eher die Tendenz zum Debonding und damit Abzweigen des Matrixrisses und Übergang in einen Riss entlang des Interfaces gegeben.

Im folgenden wird nun eine weitere herstellungsbedingte Eigenschaft des kohlenstofffaserverstärkten Kohlenstoffs untersucht. Neben den hier betrachteten Matrixschrumpfspannungen nach der Karbonisierung, wird zusätzlich eine Graphitierung der Matrix für möglich gehalten. Die Graphitierung der Matrix soll daher in den folgenden Seiten näher betrachtet werden. Da die Matrixorthotropie nur schwer quantifizierbar ist, wird ein bestimmter Bereich untersucht. Auch hierbei spielt die Auswirkung auf den Rissfortschritt wieder eine große Rolle.

#### **4.9     Auswirkungen von Strukturänderungen in der Matrix (Graphitierung) auf $G_d/G_p$ nach einer zusätzlichen Wärmebehandlung**

Bisher wurden nur Einflüsse, wie z.B. die Kraftübertragung durch Reibung im Interface bzw. die herstellungsbedingten Matrixspannungen, die aufgrund des Matrixschrumpfens entstehen, berücksichtigt. Eine weitere Ursache für eine Änderung des Rissfortschrittsverhalten kann in einer Strukturänderung der Matrix liegen. Bisher wurde davon ausgegangen, dass die Matrix nach der zusätzlichen Wärmebehandlung isotrop bleibt. Dies ist aber in der Realität nicht der Fall. Es ist davon auszugehen, dass die Matrix nach der zusätzlichen Wärmebehandlung auch eine gewisse Orientierung besitzt. Eine Graphitierung der Matrix tritt nach bisherigen Auswertungen von Aufnahmen mit polarisiertem Licht nur lokal auf. Um eine Aussage zu erhalten, inwieweit die Orthotropie der Matrix einen Einfluss hat, wurde die Matrix in den folgenden Berechnungen komplett orthotrop angenommen.

##### **4.9.1     Einfluss einer möglichen Eigenschaftsänderung in der Matrix**

Für diese Berechnung wurde eine Orthotropie der Matrix berücksichtigt. Als Grundvoraussetzung wurde wiederum perfekte Haftung angenommen. Der Gleitmodul wurde variiert. Für  $\mu_{xz}$  wurden Werte zwischen 10000 MPa und 18000 MPa in 2000 MPa-Schritten gewählt. Das Orthotropieverhältnis [Steifigkeit in Faserrichtung/Steifigkeit senkrecht zur Faserrichtung] wurde mit 1/2, 2/3, 3/2 und 2/1 betrachtet. Dabei wurde einmal die Steifigkeit in Faserrichtung (also in z-Richtung) und einmal die Steifigkeit in radialer Richtung (also senkrecht zur Faser) konstant gehalten. Als Belastung wurde die Bruchspannung von 888 MPa eingeleitet. Thermische Spannungen wurden durch das Abkühlen von 1800°C auf 20°C berücksichtigt. Als Ergebnis wurde das Verhältnis  $G_d/G_p$  errechnet. Weiterhin wurde der  $G_p$ -Wert, also die Energiefreisetzungsrate, getrennt betrachtet. Hierbei wurde eine Normierung auf die gemäß Honjo und Shindo [8] bzw. Ochiai und Osamura [9] ermittelte Bruchenergie der Faser  $G_c^f$  vorgenommen.

##### **4.9.2     Vorgehensweise**

Um einen  $G_d/G_p$ -Wert zu erhalten, müssen jeweils drei Rechnungen erstellt werden. In der ersten Ausgangsrechnung wird Risserweiterung in der Matrix errechnet. Die Bifurkation lässt wieder zwei mögliche Arten des Rissfortschrittes zu. Eine zweite Rechnung simuliert folglich den Rissfortschritt in die Faser [Penetration]. Eine dritte Rechnung dient zur Bestimmung der Energiefreisetzungsrate für Rissabzweigung am Interface [Deflection].

Im folgenden wurden jeweils vier verschiedene Werte für das Orthotropieverhältnis angegeben. Der Gleitmodul variiert monoton wachsend mit 5 Werten. Es werden jeweils zwei getrennte Parameteruntersuchungen für die Matrixorthotropie durchgeführt.

Eine Parameteruntersuchung hält den E-Modul  $E_{zm}$  der Matrix konstant und variiert den E-Modul senkrecht dazu, also  $E_{rm}$ . Die zweite Parameteruntersuchung variiert den E-Modul der Matrix in axialer Richtung  $E_{zm}$  und hält  $E_{rm}$  konstant. Für die u.a. Diagramme waren somit  $2 \times 5 \times 4 \times 3 = 120$  Berechnungen notwendig.

#### 4.9.3 $E_{zm} = \text{const}$

Für die Berechnung mit konstantem Matrixelastizitätsmodul in axialer Richtung  $E_{zm}$  wird zum einen der Einfluss auf das Verhältnis der Energiefreisetzungsraten  $G_d/G_p$  untersucht und zum anderen die Auswirkung auf die Energiefreisetzungsrate bei Penetration  $G_p$  in Bezug auf die Faserbruchenergie betrachtet.

##### 4.9.3.1 Untersuchung der Verhältnisse der Energiefreisetzungsraten

Abb. 4-27 zeigt die dreidimensionale Darstellung der Abhängigkeit des Energiefreisetzungsratenverhältnisses vom Schubmodul der Matrix und des Orthotropieverhältnisses (Verhältnis E-Modul in axialer Richtung zum E-Modul in radialer Richtung). Eine Änderung der Matrixeigenschaft hinsichtlich einer Vergrößerung der Schubsteifigkeit und radialer Steifigkeit bewirkt eine erhebliche Verringerung des Energiefreisetzungsratenverhältnisses und damit die Tendenz zum Faserbruch.

Ein kleiner Schubmodul und eine Matrix, die in axialer Richtung steifer ist, lassen das Verhältnis  $G_d/G_p$  stark anwachsen. Die Tendenz zu einer Rissabzweigung wäre somit bei Annahme einer solchen Änderung der Matrixeigenschaft größer.

Abb. 4-28 zeigt, dass mit zunehmender Schubsteifigkeit das Verhältnis  $G_d/G_p$  abnimmt. Eine Vergrößerung der Schubsteifigkeit (Vergrößerung des Schubmoduls der Matrix) um 80% bewirkt eine Verringerung des Verhältnisses der Energiefreisetzungsraten  $G_d/G_p$  von 10,9 % bei einem Orthotropieverhältnis von  $E_{zm}/E_{rm} = 0,5$ . Eine Abnahme des Verhältnisses der Energiefreisetzungsraten hat eine Tendenz zum Faserbruch zur Folge. Das o.a. Diagramm zeigt jedoch, dass sehr große Änderungen in der Schubsteifigkeit produziert werden müssen, um eine markante Änderung des Energiefreisetzungsratenverhältnisses durchzuführen.



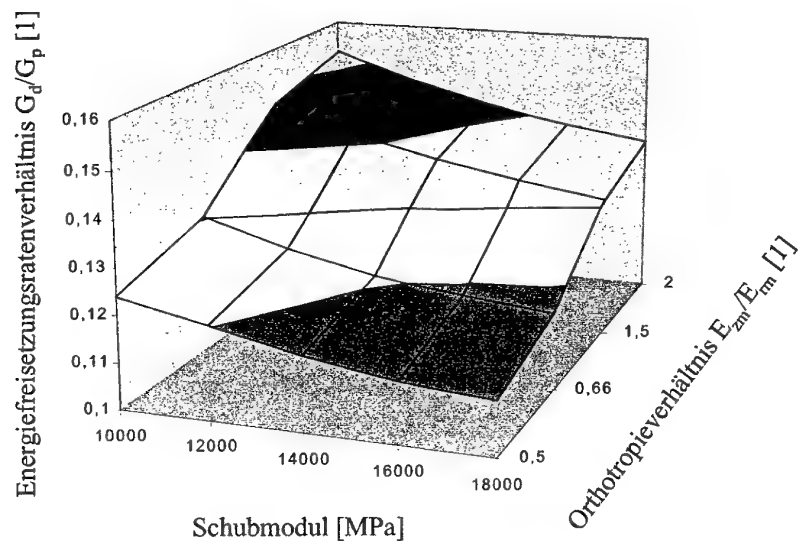


Abb. 4-27: Verhältnis  $G_d/G_p$  in Abhängigkeit von den Eigenschaften der Matrix

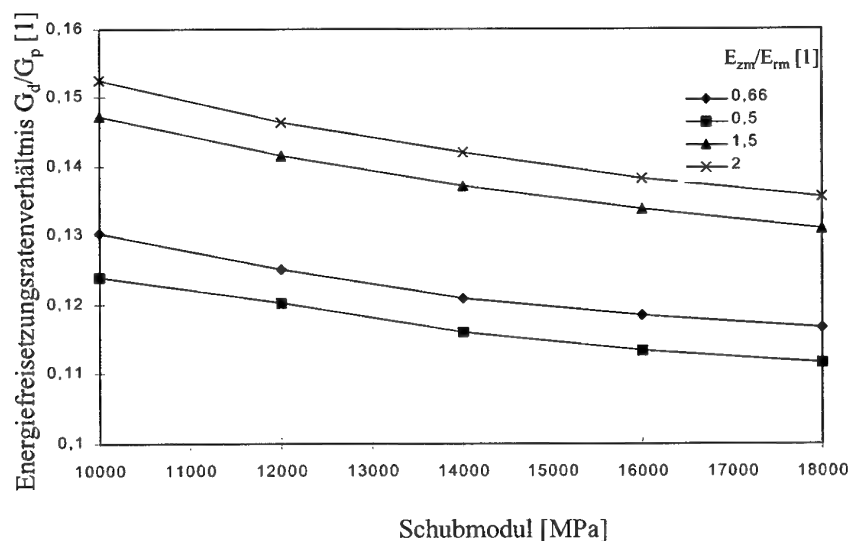


Abb. 4-28: Verhältnis  $G_d/G_p$  in Abhängigkeit von der Schubsteifigkeit in der Matrix

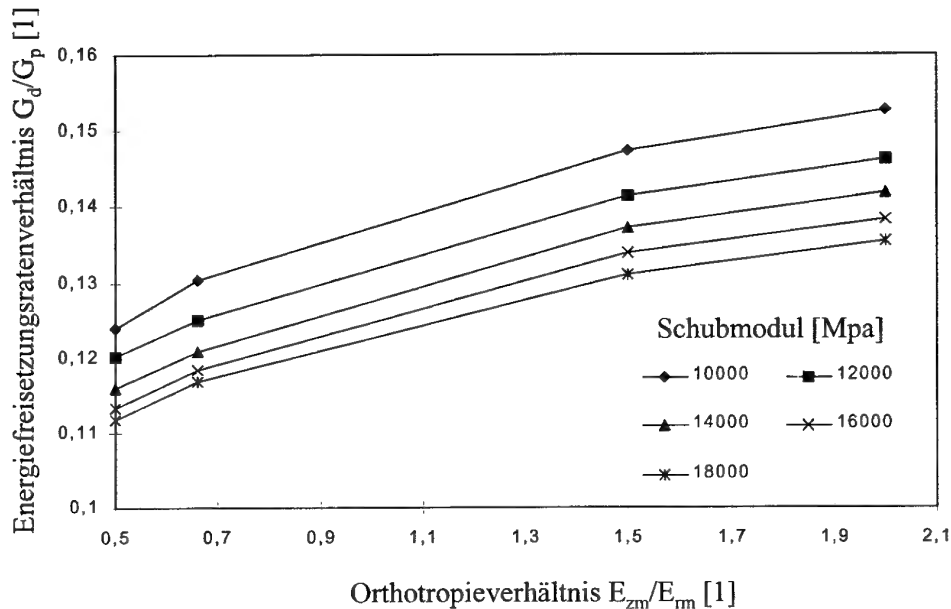


Abb. 4-29: Verhältnis  $G_d/G_p$  in Abhängigkeit von der Orthotropie in der Matrix

Eine abnehmende Steifigkeit in radialer Richtung in der Matrix ( $E_{rm}$  wird kleiner) vergrößert die Wahrscheinlichkeit, dass der Riss ins Interface abzweigt, da  $G_d/G_p$  größer wird. Eine Vervierfachung des Orthotropieverhältnisse ( $E_{zm}/E_{rm}$  mit  $E_{zm} = \text{const}$ ) führt zu einem Anstieg von 23,1% im Verhältnis der Energiefreisetzungsraten gemäß Abb.4-29.

#### 4.9.3.2 Auswirkung auf die Energiefreisetzungsraten bei Penetration

Betrachtet man die Energiefreisetzungsraten für Penetration in Relation auf die Faserbruchenergie absolut, so zeigt sich, dass mit zunehmender Schubsteifigkeit Penetration und damit Faserbruch erzeugt wird.

Aus Abb. 4-30 erkennt man, dass eine Erhöhung der Schubsteifigkeit der Matrix schnell zu einer Steigerung der Energiefreisetzungsraten  $G_p$  führt.

Absolut gesehen wirkt hier ein großer Orthotropiefaktor (also kleines  $E_{rm}$ ) noch zusätzlich für eine größere Neigung zur Penetration.

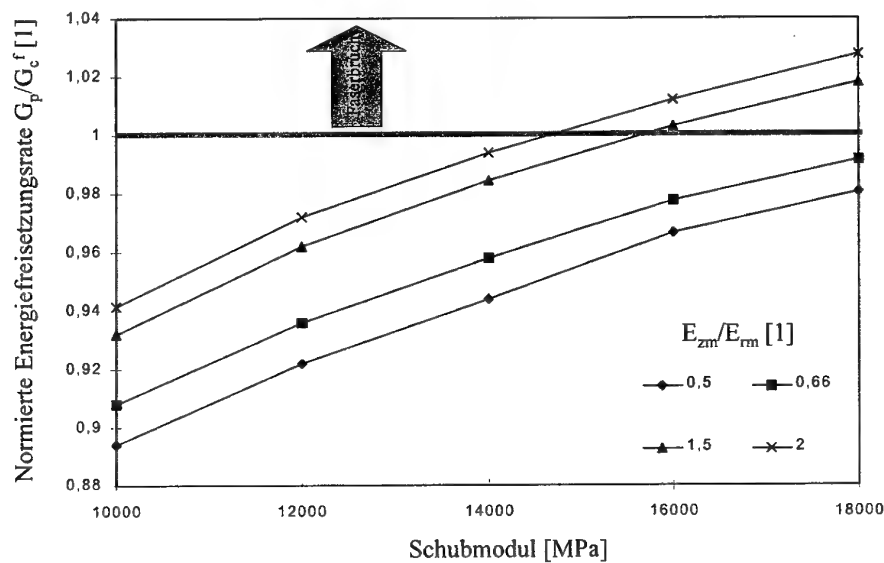


Abb. 4-30: Verhältnis  $G_p/G_c^f$  in Abhängigkeit vom Schubmodul der Matrix

#### 4.9.4 $E_{rm} = \text{const}$

Die Berechnung unter der Annahme, dass der Elastizitätsmodul der Matrix in radialer Richtung konstant bleibt dient als Referenzrechnung.

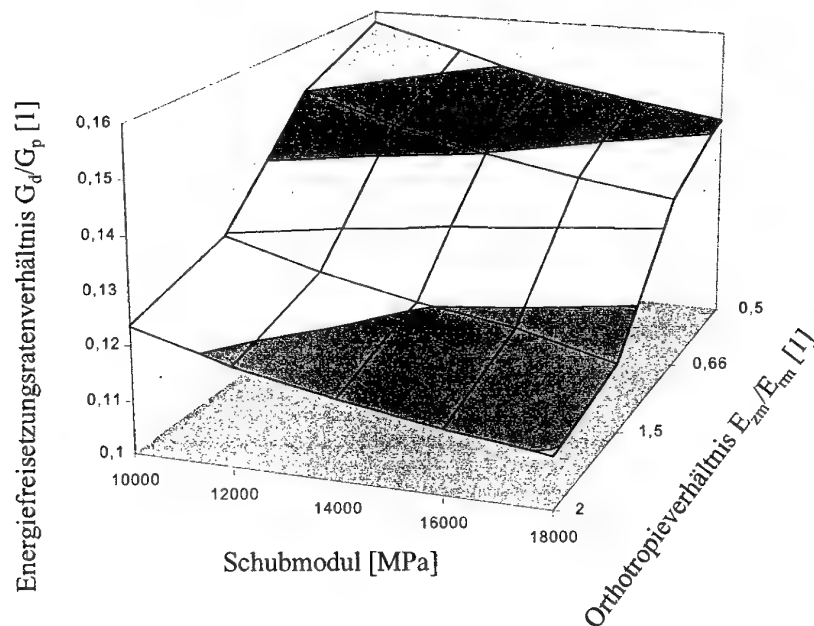


Abb. 4-31: Verhältnis  $G_d/G_p$  in Abhängigkeit von den Eigenschaften der Matrix

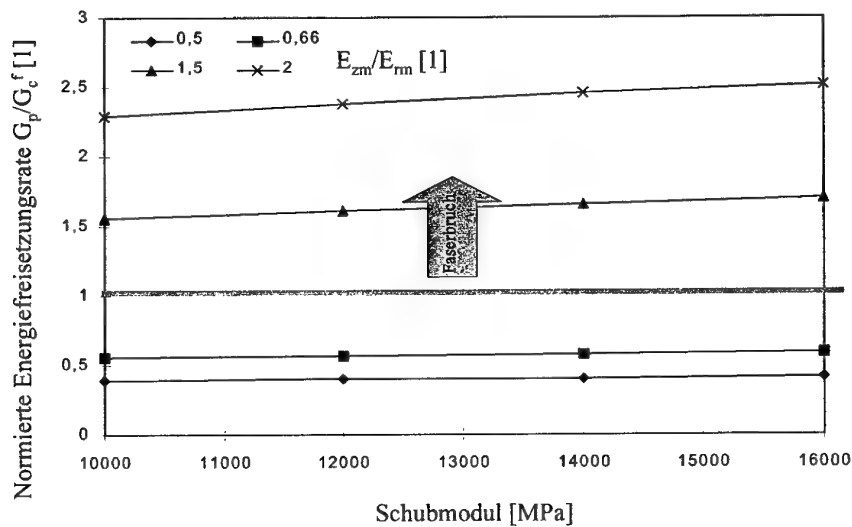


Abb. 4-32: Verhältnis  $G_p/G_c^f$  in Abhängigkeit von den Eigenschaften der Matrix

#### 4.9.5 Ergebnisse aus der Matrixorthotropie

Die Auswertung der Abb. 4-27 bis 4-32 gibt einen nachhaltigen Eindruck, wie sich eine Graphitierung der Matrix auf das Bruchverhalten des kohlenstofffaserverstärkten Kohlenstoff auswirkt. Die zusätzliche Wärmebehandlung nach der Karbonisierung beeinflusst daher das Werkstoffverhalten nicht nur durch die Erholung der herstellungsbedingten Schrumpfspannungen, sondern auch durch eine Eigenschaftsänderung der Matrix. Die Ergebnisse werden im folgenden dargestellt.

##### $E_{zm} = \text{const}$

Anhand der Abb. 4-27 bis 4-30 zeigt sich folgende Grundtendenz ab:

- Wenn die Matriceigenschaften hin zu einer größeren Schubsteifigkeit [großer Gleitmodul] tendieren, so muss bei kleinen Orthotropieverhältnissen [Steifigkeit in axialer Richtung kleiner als in radialer Richtung] mit einer deutlichen Tendenz **zum Faserbruch** gerechnet werden.
- Dahingegen wird **ein Rissabzweigen** des Matrixrisses in den Interfacebereich eher begünstigt, wenn die Schubsteifigkeit der Matrix sehr gering ist und zusätzlich das Orthotropieverhältnis (Steifigkeit in radialer Richtung sehr viel kleiner als in axialer Richtung) sehr groß ist.

Im folgenden sind nun noch einmal die Einflüsse der Schubsteifigkeit und der Orthotropie einzeln aufgeführt.

Orthotropiefaktor	Schubmodul	Wirkung
kleiner	groß	Faserbruch
großer	klein	Interfacebruch

Tab.4-19 Ergebnisse aus der Orthotropiebetrachtung

Neben den Ergebnissen des Energiefreisetzungsverhältnisses  $G_d/G_p$  bzw. des Verhältnisses aus Energiefreisetzungsrate bei Penetration zur der Bruchenergie der Faser sind auch die auftretenden Radialspannungen von großem Interesse. Diese werden im Anschluss dargestellt.

#### Auswirkung auf die Spannungen im Interfacebereich bzw. an der Rissspitze für

$$E_{zm} = \text{const}$$

Die Änderung von  $\sigma_r$  in Abhängigkeit von der Matrixorthotropie ist in Abb. 4-33 dargestellt.

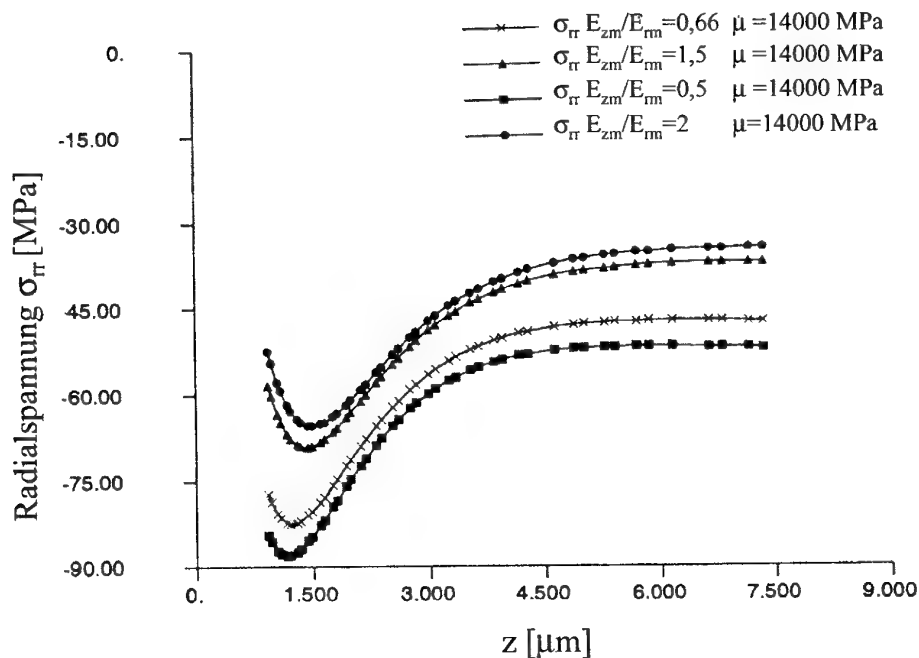


Abb. 4-33:  $\sigma_r$  in Abhängigkeit von der Matrixorthotropie

Offenbar bewirkt eine Vergrößerung des Orthotropiefaktors infolge eines kleinen Matrix-E-Modul in radialer Richtung eine Erhöhung der Radialspannungen längs des Interfaces. Die **Druckbeanspruchung** im Interface wird dadurch reduziert. Es besteht für Matrixrisse nun die Chance sich im Interface auszubreiten. Dagegen führt eine Verringerung des Orthotropiefaktors zu großen Druckspannungen im Interfacebereich, was zu einer Behinderung von Interfacerissen führt und Penetrationsrisse (Sprödbbruch) begünstigt.

#### $E_m = \text{const}$

Die Ergebnisse für  $E_m = \text{const}$  geben einen Überblick über das Verhalten des kohlenstofffaserverstärkten Kohlenstoffs unter der Annahme, dass die Matriceigenschaften nach der zusätzlichen Wärmebehandlung nur in axialer Richtung sich geändert haben und in radialer Richtung annähernd konstant geblieben sind.

Abb. 4-31 zeigt, dass große Schubsteifigkeit der Matrix zu einem kleinen  $G_d/G_p$  führt und damit zu sprödem Verhalten, da der Riss mit hoher Wahrscheinlichkeit zum Faserbruch führt. Faserbruch und damit Schwächung des kohlenstofffaserverstärkten Kohlenstoffs zeigt sich deutlich an der o.a. Abb.4-32.

Man erkennt anhand der Normierung auf die Bruchenergie der Faser deutlich, dass jede Versteifung der Matrix in axialer Richtung zu einer Überschreitung der Bruchenergie  $G_c^f$  führt und somit einen Sprödbbruch einleitet.

#### **4.9.6 Zusammenfassung der Ergebnisse aus der Betrachtung einer Graphitierung der Matrix nach der zusätzlichen Wärmebehandlung**

Die Ergebnisse zeigen deutlich, dass die beobachtete Graphitierung der Matrix nach der zusätzlichen Wärmebehandlung einen deutlichen Effekt auf das Werkstoffverhalten des kohlenstofffaserverstärkten Kohlenstoffs hat.

Neben den Matrixschrumpfspannungen, die nach der Karbonisierung auftreten und im Laufe einer zusätzlichen Wärmebehandlung abklingen und der Beschaffenheit des Interfaces (Kraftübertragung Reibung zwischen Faser und Matrix oder perfekte Haftung) spielt eine Graphitierung der Matrix bei hohen Temperaturen eine nicht zu vernachlässigende Rolle bei der Untersuchung des Bruchverhaltens.

## 5. Diskussion

Das am Anfang der Arbeit geschilderte Verhalten von kohlenstofffaserverstärktem Kohlenstoff während des Herstellungsprozesses wurde anhand von analytischen Ansätzen betrachtet und anschließend mit Hilfe der Methode der Finiten Elemente einer genauen Analyse unterzogen.

Um das Verhalten zu analysieren, wurden umfangreiche Berechnungen der Spannungen im Interfacebereich durchgeführt und die Energiefreisetzungsrate bei Penetration und Rissabzweigen am Interface durchgeführt. Anhand von Druckscherversuchen [33, 34] war es möglich die Bruchenergie des Interfaces im kohlenstofffaserverstärktem Kohlenstoff zu ermitteln. Ausgehend von den Untersuchungen von Ochiai, Osamura, Honjo und Shindo [7,8] an TiC-beschichteten Kohlenstofffasern konnte mit Hilfe eines iterativen Verfahrens die Bruchenergie der Kohlenstofffaser ermittelt werden. Im folgenden wird nun auf Grundlage der in dieser Arbeit erbrachten Ergebnisse das Verhalten während des Herstellungsprozesses diskutiert.

### 5.1 Verhalten des kohlenstofffaserverstärkten Kohlenstoffs aufgrund der herstellungsbedingten Matrixschrumpfspannungen

Charakteristisch für die Festigkeitsentwicklung nach den verschiedenen Schritten bei der Herstellung von kohlenstofffaserverstärktem Kohlenstoff ist das Auftreten eines Festigkeitsminimums unmittelbar nach der Karbonisierung bei ca. 1000°C. Die auftretende Bruchfläche ist dabei glatt, was auf ein Eindringen des Matrixrisses in die Faser hindeutet, die daraufhin spröde versagt. Die zusätzliche Wärmebehandlung oberhalb 1000°C führt zu einem anderen Bruchbild. Hierbei treten deutlich Rissabzweigungsmerkmale auf. Die Fasern versagen erst nach Auftreten eines Debondings zwischen Faser und Matrix. Anhand des Energiekriteriums kann nun ermittelt werden, ob das Auftreten von Schrumpfspannungen unmittelbar während der Karbonisierung hierfür verantwortlich gemacht werden kann. Faserbruch tritt gemäß He und Hutchinson dann auf, wenn folgende Ungleichung erfüllt ist:

$$\frac{G_d}{G_p} < \frac{G_c^i}{G_c^f} \quad (5-1)$$

Die bisher in der Literatur ermittelten Werte für das Energiefreisetzungsratenverhältnis  $G_d/G_p$  für Werkstoffkombinationen aus isotropen Komponenten nach He und Hutchinson [5] wurden unter der Annahme eines mittleren Schubmoduls für die orthotrope Faser ein Wert von 0,248 ermittelt. Dieser Wert liefert allerdings nur einen Anhaltswert. Die Erweiterung von Gupta und Martinez [11, 22] für orthotrope Werkstoffkombinationen lieferte mit 0,118 einen wesentlich besseren Wert. Nachteil der analytischen Ansätze ist jedoch, dass keinerlei Möglichkeit einer Matrixschrumpfschpannung berücksichtigt wird. Die Finite Element Rechnung lieferte daher wesentlich genauere Werte.

Für den **Quasimehrfaserverbund** lautet das Bruchkriterium unmittelbar nach der Karbonisierung bei 1000°C unter Einbeziehung der Energiefreisetzungsraten  $G_d$  mit 1,906 J/m<sup>2</sup> und  $G_p$  13,179 J/m<sup>2</sup> aus Tab. 4-13 und der Bruchenergien für das Interface zu 16,3 J/m<sup>2</sup> gemäß Abschnitt 4.4.2 und für die Faser mit 15 J/m<sup>2</sup> gemäß 4.3.6. wie folgt:

$$\frac{1,906 \frac{J}{m^2}}{13,179 \frac{J}{m^2}} < \frac{16,3 \frac{J}{m^2}}{15 \frac{J}{m^2}}$$
$$0,1446 < 1,087$$

Das Bruchkriterium zeigt deutlich die Tendenz zum Faserbruch unmittelbar nach der Karbonisierung an.

Nach der zusätzlichen Wärmebehandlung oberhalb von 1000°C folgt das Energiekriterium unter Einbeziehung der entsprechenden Energiefreisetzungsraten ( $G_d/G_p$  gemäß Tab 4-14) und Bruchenergien ( $G_c^i$  gemäß Abschnitt 4.4.2 und  $G_c^f$  aus Abschnitt 4.3.6):

$$\frac{0,318 \frac{J}{m^2}}{2,514 \frac{J}{m^2}} < \frac{10,8 \frac{J}{m^2}}{15 \frac{J}{m^2}}$$
$$0,1265 < 0,72$$

Ausgehend von diesem Energiekriterium wird für den zusätzlich wärmebehandelten kohlenstofffaserverstärkten Kohlenstoff ebenfalls ein Faserbruch vorausgesagt. Allerdings zeigt sich jedoch deutlich die Tendenz in Richtung Debonding zwischen Faser und Matrix ab, da das Bruchenergieverhältnis sich erheblich verringert hat.



	$G_d/G_p$ [1]	$G_c^I/G_c^f$ [1]
He und Hutchinson [5]	0,248	
Gupta und Martinez [11, 22]	0,118	
C/C (karbonisiert)	0,1446	1,087
C/C (zusätzlich wärmebehandelt)	0,1265	0,72

Tab.5-1 Energiefreisetzungsraten / Bruchenergien

Vergleicht man die **absolute Bruchenergie** der Faser von  $15 \text{ J/m}^2$  mit der Energiefreisetzungsrate der Faser unmittelbar nach der Karbonisierung mit  $13,79 \text{ J/m}^2$  bzw. nach der zusätzlichen Wärmebehandlung von  $2,514 \text{ J/m}^2$ , so zeigt sich deutlich der Einfluss der Relaxation des Materials. Unter der Voraussetzung von 1% Matrixschrumpfen erreicht die Energiefreisetzungsrate mit 92% annähernd den Wert der Bruchenergie der Faser, was einen Faserbruch ermöglicht. Die zusätzliche Wärmebehandlung oberhalb von  $1000^\circ\text{C}$  lässt die Energiefreisetzungsrate auf einen Wert von 16,8% der Faserbruchenergie fallen, was einen Faserbruch ausgelöst durch Matrixrisse ausschließt.

Die Betrachtung der Energiefreisetzungsraten für Risseindringen in die beim **Einzelfaser-verbund** unterstreicht diese Aussage zusätzlich. Für das restspannungsbehaftete Material (unmittelbar nach der Karbonisierung bei  $1000^\circ\text{C}$ ) wird gemäß Tab. 4-9 eine Energiefreisetzungsrate für Penetration von  $15,18 \text{ J/m}^2$  ermittelt. Diese liegt eindeutig über der Bruchenergie der Faser. Die anschließende Wärmebehandlung des Einzelfaserverbundes lässt die Energiefreisetzungsrate auf  $2,439 \text{ J/m}^2$  fallen, was nur noch 16,3 % der Faserbruchenergie entspricht.

Die Auswertung der Spannungsverläufe entlang des Interfaces für den **Einzelfaserverbund** zeigt ebenfalls deutlich den Einfluss des Matrixschrumpfens bzw. der Matrixrestspannungen auf das Bruchverhalten. So treten gemäß Abb.4-16 die maximalen Spannungen (Zugbereich) in axialer Richtung und damit in Faserrichtung für große Matrixschrumpfspannungen in der Nähe der Matrixrissspitze auf. In diesem Bereich klingen die Axialspannungen mit zunehmender Wärmebehandlung und damit Relaxation (0% Matrixschrumpfen) auf 50% des Maximalwertes (2% Matrixschrumpfen) ab. Erst im weiteren Verlauf des Interfaces fallen sie in den Druckbereich ab. Das zusätzlich wärmebehandelte Material liefert die geringsten Axialspannungen und damit die geringste Belastung der Faser in der Nähe des Matrixrissspitze. Im weiteren Verlauf des Interfaces bleiben die Axialspannungen im Zugbereich.

Die Betrachtung von Abb. 4-17 gibt die Debondingtendenz des Matrixrisses bei dem relaxierten, zusätzlich wärmebehandelten kohlenstofffaserverstärkten Kohlenstoff wieder. Die Radialspannungen im Interface befinden sich für das relaxierte Material (0% Matrixschrumpfen) im Zugbereich. Damit wird ein Debonding zwischen Faser und Matrix eingeleitet. Im Gegensatz dazu wird ein möglicher Rissfortschritt zwischen Faser und Matrix für das karbonisierte Material durch die Anwesenheit von starken Druckspannungen verhindert.

Fazit: Die durchgeführten FEM-Rechnungen konnten somit das Vorhandensein von Matrixschrumpfschpannungen als eine Erklärung für das ermittelte Versagensverhalten von kohlenstofffaserverstärktem Kohlenstoff gelten lassen.

## 5.2 Verhalten des kohlenstofffaserverstärkten Kohlenstoffs unter Berücksichtigung einer Kraftübertragung im Interface durch Reibung

Unter Berücksichtigung von Reibung zwischen Faser und Matrix [46, 47, 48, 49] ergibt sich für das Verhalten von kohlenstofffaserverstärktem Kohlenstoff eine Änderung der Bruchcharakteristik. Ein Faserbruch wird aufgrund der geringen Energiefreisetzungsraten  $G_p$ , die nur noch ca. 23,8% der Bruchenergie der Faser erreicht, nahezu unwahrscheinlich.

	Einzelfaserverbund	Quasimultifaserverbund
Faserbruchenergie $G_c$	15 J/m <sup>2</sup>	15 J/m <sup>2</sup>
$G_p$ -Bereich in Abhängigkeit von $\mu$ für 1% Schrumpfen	0,078-0,148 J/m <sup>2</sup>	0,076-0,2065 J/m <sup>2</sup>
$G_p$ -Bereich in Abhängigkeit von $\mu$ für 2% Schrumpfen	0,162-0,641 J/m <sup>2</sup>	0,605-3,563 J/m <sup>2</sup>

Tab.5-2: Energiefreisetzungsraten bei reibungsbehaftetem Interface

Eine Eigenschaftsänderung des Interfaces von der perfekten Haftung zu einer Kraftübertragung durch Reibung im Interface führt somit ebenfalls zu einer Änderung des Bruchverhaltens. Selbst hohe Matrixschrumpfschpannungen aufgrund eines 2%-Matrixschrumpfens erzeugen keine kritischen Energiefreisetzungsraten, die die Faserbruchenergie überschreiten könnten. Das Zulassen von geringer Reibung ( $\mu=0,8$ ) führt zu einer Änderung des Bruchmodus. Somit kann ein quasiduktiler Verhalten des Werkstoffes dadurch begünstigt werden, dass man Reibung zwischen Faser und Matrix zulässt, wodurch der Einfluss der herstellungsbedingten Matrixschrumpfschpannungen nahezu unerheblich wird.

### 5.3 Verhalten des kohlenstofffaserverstärkten Kohlenstoffs unter Berücksichtigung einer Graphitierung der Matrix nach der zusätzlichen Wärmebehandlung oberhalb von 1000°C

Neben den Restspannungen, die aufgrund des herstellungsbedingten Matrixschrumpfens eintreten, und der Kraftübertragung im Interface (perfekte Haftung bzw. Gleitreibungs- und Haftreibungszone) spielt die Eigenschaftsänderung der Matrix eine wesentliche Rolle. Diese Eigenschaftsänderung der Matrix, die sich durch die zusätzliche Wärmebehandlung oberhalb von 1000°C in einer teilweisen Graphitierung der ursprünglichen Glaskohlenstoffmatrix äußert, beeinflusst ebenfalls das Bruchverhalten des kohlenstofffaserverstärkten Kohlenstoffs.

Anhand der Ergebnisse aus 4.9.5 und den zugehörigen Abb. 4-27 und 4-30 zeigt sich, dass die Rissabzweigung am Interface begünstigt wird, wenn die Steifigkeit der Matrix in radialer Richtung stark abnimmt.

Eine Graphitierung der Matrix, die sich in einer Abnahme des Elastizitätsmoduls in radialer Richtung auswirkt, wird somit neben den bereits diskutierten Effekten eine Änderung des Bruchmodus in Richtung Rissabzweigung begünstigen.

Diese Tendenz wird zusätzlich durch eine mögliche Verringerung der Schubsteifigkeit des Matrixwerkstoffes verstärkt.

Die im Interface auftretenden Radialspannungen gemäß Abb. 4-33 unterstreichen diesen Effekt zusätzlich. Die Abnahme des Elastizitätsmoduls der Matrix in radialer Richtung verringert die Druckbeanspruchung des Interfaces und gibt somit einer Rissausbreitung im Interface gegenüber einem Faserbruch den Vorzug.

## 6. Zusammenfassung

Kohlenstofffaserverstärkter Kohlenstoff wird in der Luft- und Raumfahrttechnik für thermisch hochbeanspruchte Bauteile verwendet. Die bisher dort für niedrige Einsatztemperaturen vorgesehene Werkstoffe der Titan- und Aluminiumlegierungen besitzen ein duktiles Verhalten, d.h. sie sind schadenstolerant und Versagen nicht „katastrophal“. Man versucht diese Eigenschaft auch für Faserverbundwerkstoffen mit keramischer und spröder Matrix zu realisieren. Eine Möglichkeit in spröden Faserverbundwerkstoffen eine Quasiduktilität zu verwirklichen ist das Zulassen von mehrfachen Matrixrissen, die zu einem allmählichem Verlust des Beitrages der Matrix an der Last führen. Voraussetzung für einen Erhalt der Festigkeit und Risszähigkeit ist jedoch, dass diese Matrixrisse an der Faseroberfläche abzweigen.

Die vorliegende Arbeit ist eine Parameterstudie, die das Ziel verfolgt, das Phänomen der Rissausbreitung durch Penetration in die Fasern und durch Rissabzweigung an der Faser/Matrix Grenzfläche für C/C zu beschreiben. Dies wird für C/C durchgeführt, der mit Hilfe von Polymer-Imprägnation und Pyrolyse hergestellt wird. Dieser Werkstoff ist äußerst komplex, da Fasern, Matrix und Faser/Matrix-Grenzfläche bei der Pyrolyse und nachfolgender Graphitierung starke Veränderungen erfahren.

Wesentliche Veränderungen, deren Einfluss auf das Risserweiterungsverhalten beschrieben wird, sind als Folge der Karbonisierung (bis 1000°C)

- die Umwandlung der Polymermatrix in eine Glaskohlenstoffmatrix
- einhergehend mit einer starken Schrumpfung der Matrix
- eine eventuelle Faserschädigung

und als Folge der Graphitierung oberhalb 1000°C:

- eine teilweise Graphitierung der Glaskohlenstoffmatrix
- eine verstärkte Graphitierung der C-Faser
- eine mögliche Erholung der Faserfestigkeit

Die Parameterstudie versucht einen Zusammenhang zwischen diesen Parametern und experimentellen Ergebnissen, erzielt am C/C nach der Karbonisierung bis 1000°C (Bruchart: spröde) (Bild 2-4) und erzielt nach einer weiteren Behandlung bis 1800°C (Bruchart: gemischt) (Bild 2-4), zu erstellen.

Das Rissausbreitungsverhalten dieser zwei unterschiedlich hergestellten kohlenstofffaserverstärkten Kohlenstoffe infolge der o.a. Faktoren wird mittels des Versagenskriteriums nach He und Hutchinson [5] beschrieben.

Für dieses Kriterium ist die Kenntnis der Werkstoffkenngrößen  $G_c^i$  (die Bruchenergie des Interfaces) und  $G_c^f$  (die Mode I Bruchenergie der Faser) notwendig. Die Bruchenergie des Interfaces wurde für das karbonisierte Material und das zusätzlich wärmebehandelte Material anhand von Druckscherversuchen bestimmt. Daraus ergab sich  $G_c^i$  mit  $16,3 \text{ J/m}^2$  nach der Karbonisierung und  $10,8 \text{ J/m}^2$  nach der Graphitierung. Die Bruchenergie der C-Faser wurde auf der Grundlage von experimentellen Ergebnissen der Festigkeit von TiC-beschichteten Fasern [8] mit Hilfe von Einzelfaserverbundmodellen unter Berücksichtigung von thermischen Spannungen ermittelt.  $G_c^f$  wurde daraus zu  $15 \text{ J/m}^2$  bestimmt. Alle Berechnungen wurden an Einzelfaserverbunden durchgeführt.

Ein Riss in der Matrix wird nach dem Energiekriterium nach He und Hutchinson [5] beim Auftreffen auf das Interface abzweigen, wenn

$$\frac{G_c^i}{G_c^f} < \frac{G_d}{G_p} \quad (6-1)$$

wobei  $G_d$  die Energiefreisetzungsrate für einen abzweigenden Riss und  $G_p$  die Energiefreisetzungsrate für einen Matrixriss, der in die Faser eindringt, darstellen.

Die wichtigsten Ergebnisse sind:

- Das Kriterium sagt für beide Werkstoffe Penetration von Matrixrissen in die Faser voraus (Sprödbbruch). Am ausgeprägtesten ist dies für das karbonisierte C/C.
- Die Penetration von Matrixrissen in die C-Fasern des karbonisierten C/C wird im wesentlichen durch die hohe Schrumpfspannung in der Matrix verursacht.
- Der geringe Wert für  $G_p$  für das graphitierte C/C (bei der Bruchspannung von 888 MPa) deutet darauf hin, dass Versagen dieses Werkstoffes nicht durch Matrixrissausbreitung, sondern eher durch Faserbruch verursacht wird.
- Der Vergleich der beiden möglichen Kraftübertragungsarten im Interface, nämlich perfekte Haftung und reibungsbehaftetes Interface, zeigen erheblichen Einfluss auf das Rissfortschrittsverhalten. Durch die Kraftübertragung im Interface durch Reibung wird nur noch eine geringe Energiefreisetzungsrate für Penetration ermittelt.
- Die Umwandlung der Matrix von der ursprünglichen isotropen Glaskohlenstoffmatrix (nach der Karbonisierung) zu einer teilweise orthotropen, graphitierten Kohlenstoffmatrix (nach der zusätzlichen Wärmebehandlung) beeinflusst ebenfalls die Art der Rissausbreitung. Eine Rissabzweigung im Interface wird begünstigt, wenn die Steifigkeit der Matrix in radialer Richtung (senkrecht zur Faserachse) abnimmt. Eine Verringerung der Schubsteifigkeit des Matrixwerkstoffes wirkt hierbei ebenfalls günstig auf die Rissabzweigung.

## **Literatur**

- [1] G. Lüdenbach, Charakterisierung des Festigkeitsverhaltens von C/C-Verbundwerkstoffen in Abhängigkeit von Behandlungs- und Prüftemperatur, RWTH Aachen, Aachen 1996
- [2] A.A. Griffith, The phenomena of rupture and flow in solids, Philosophical Transactions, Roy. Soc. Ser. A, 221 (1921), 163
- [3] C.E. Inglis, Stresses in a plate due to the presence of cracks and sharp corners, Transactions, Inst. Naval Architects, 60 (1913), 219
- [4] K.-H. Schwalbe, Bruchmechanik metallischer Werkstoffe, München, 1980
- [5] M.-Y. He, J.W. Hutchinson, Crack deflection at an interface between dissimilar elastic materials, Int. J. Solids Structures, 25[9], (1989), 1053-1067
- [6] A.G. Evans, B.J. Dalgleish, M.-Y. He, J.W. Hutchinson, On crack path selection and the interface fracture energy in bimaterial systems, 37[12], (1989), 3249-3254
- [7] S. Ochiai, K. Osamura, Influence of fracture of coating layer on fiber strength, Materials Science and Engineering, 154, (1992), 149-164
- [8] K. Honjo, A. Shindo, Influence of carbide formation on the strength of carbon fibres on which silicon and titanium have been deposited, Journal of materials science, 21, (1986), 2043-2048
- [9] D.L. Tullock, I.E. Reimanis, A.L. Graham, J.J. Petrovic, Deflection and penetration of cracks at an interface between two dissimilar materials, Acta metall. Mater., 42[9], (1994), 3245-3252
- [10] M.-Y. He, A.G. Evans J.W. Hutchinson, crack deflection at an interface between dissimilar elastic materials: Role of residual stresses Int. J. Solids Structures, 31[24], (1994), 3443-3455
- [11] D. Martinez, V. Gupta, energy criterion for crack deflection at an interface between two orthotropic media, Journal, Mech. Phys. Solids, 42[8], (1994), 1247-1271
- [12] A.G. Evans, M. Rühle, B.J. Dalgleish, P.G. Charalambides, The fracture energy of bimaterial interfaces, Materials science and engineering, 126, (1990), 53-64
- [13] P.G. Charalambides, Fiber debonding in residually stressed brittle matrix composites, J. Am. Ceram. Soc. 73[6], (1990), 1674-1680
- [14] J. Dundurs, Edge-bonded dissimilar orthogonal elastic wedges under normal and shear loading, Transaction of the ASME, (1969), 650-652

- [15] A.R. Zak, M.L. Williams, Crack point stress singularities at a bimaterial interface, Transaction of the ASME, (1963), 142-143
- [16] Rice, Elastic fracture concepts for interfacial cracks, Journal Applied Mechanics 55, 98-103
- [17] E. Martin, P.W.M. Peters, D. Leguillon, J.M. Quenisset, Conditions for matrix crack deflection at an interface in ceramic matrix composites, Institute for materials research - DLR, Köln 1996
- [18] T.S. Cook, F. Erdogan, Stresses in bonded materials with a crack perpendicular to the interface, Int. J. Engng. Sci., 10, (1972), 677-697
- [19] V. Gupta, A.S. Argon, Z. Suo, Crack deflection at an interface between two orthotropic media, Journal of applied mechanics, 59, (1992), 79-78
- [20] A.N. Stroh, Steady state problems in anisotropic elasticity, Journal of mathematics and physics, 41, (1962), 77-103
- [21] Z. Suo, Singularities, interfaces and cracks in dissimilar anisotropic media, Proc. R. Soc. Lond., 427, (1990), 331-358
- [22] V. Gupta, J. Yuan, D. Martinez, Calculation, measurement, and control of interface strength in composites, Journal am. Ceram. Soc., 76[2], (1993), 305-315
- [23] Z. Suo, G. Bao, B. fan, T.C. Wang, orthotropy rescaling and implications for fracture in composites, Int. J. Solids Structures, 28[2], (1991), 235-248
- [24] G.C. Sih, On the Westergaard method of crack analysis, Journal Fract. Mech., 2, (1966), 628
- [25] H.C. Cao, E. Bischoff, O. Sbaizero, M. Rühle, A.G. Evans, Effect of interfaces on the properties of fiber-reinforced ceramics, J. Am. Ceram. Soc., 73[6], (1990), 1691-1699
- [26] A.G. Evans, M.-Y. He, J.W. Hutchinson, Interface debonding and fiber cracking in brittle matrix composites, J. Am. Ceram. Soc., 72[12], (1989), 2300-2303
- [27] A.G. Evans, D.B. Marshall, The mechanical behaviour of ceramic matrix composites, Acta metall., 37[109], (1989), 2567-2583
- [28] B. Cotterell, J.R. Rice, Slightly curved or kinked cracks, Int. Journal of Fracture, 16, (1980), 155-169

- [29] G.R. Irwin, Fracture, in Handbuch der Physik, VI Springer 1958
- [30] E.F. Rybicki, M.F. Kanninen, A finite element calculation of stress intensity factors by a modified crack closure integral, Engineering Fracture Mechanics, 9, (1977), 931-938
- [31] H.R. Schwarz, Methode der finiten Elemente, B.G. Teubner, Stuttgart, 1980
- [32] H.M. Westergaard, Theory of elasticity and plasticity, Harvard University Press, 1952
- [33] P.M.W. Peters et al., Bestimmen der Interfacebruchenergie von C/C mit Hilfe des Druckscherversuches, DLR-Institut für Werkstoff-Forschung, Porz-Wahn, 1997
- [34] B. Thielicke, U. Soltesz, H. Unnasch, The interlaminar shear strength (ILSS) of a laminated carbon/carbon composite at temperatures up to 2000°C, 2nd ECCM CZS – Testing & Standardisation, (1994)
- [35] P.G. Charalambides, J. Lund, A.G. Evans, R.M. Mc Meeking, A test specimen for determining the fracture resistance of bimaterial interfaces, Journal Applied Mechanics, 56, (1989), 77-82
- [36] K. Kendall, Interface cracking of a composite – part 1 interlaminar shear and tension, Journal of materials science 11(1976), 638-644
- [37] P.G. Charalambides, H.C. Cao, J. Lund, A.G. Evans, Development of a test method for measuring the mixed mode fracture resistance of bimaterial interfaces, Mechanics of Materials, 8, (1990), 269-283
- [38] K. Heckel, Bruchmechanik, Universität der Bundeswehr, München, 1991
- [39] G.C. Sih, P.C. Paris, G.R. Irwin, On cracks in rectilinearly anisotropic bodies, Int. J. Fracture Mechanics, 1, (1965), 189-203
- [40] D. Munz, P.W.M. Peters, Anwendung der linear elastischen Bruchmechanik auf anisotrope Werkstoffe, DLR – Institut für Werkstoff-Forschung, Porz-Wahn, April 1975
- [41] K. Ahlborn, T. Chou, Y. Kagawa, A. Okura, The anisotropy of the crack growth resistance of unidirectional carbon fibre/carbon matrix composites, university of tokio



- [42] K.R. Turner, J.S. Speck, A.G. Evans, Mechanisms of deformation and failure in carbon-matrix composites subject to tensile and shear loading, *J.Am.Ceram. Soc.*, 78[7], (1995), 1841-1848
- [43] M. Skai, H. Kurita, Size effect on the fracture toughness and the R-Curve of carbon materials, *J.Am.Ceram. Soc.*, 79[12], (1996), 3177-3184
- [44] D. Leguillon, Some results on the onset and growth of interface cracks, *Proceedings of ICF9, Sydney, April 1999*
- [45] H.G. Schaeffner, *MSC/NASTRAN, Static and Normale Mode Analysis*, New Hampshire, 1984
- [46] V.M. Gharparay, J. Dundurs, L.M. Keer, A crack terminating at a slipping interface between two materials, *Transactions of the ASME*, 58, (1991), 960-963
- [47] J. Jortner, *A Model for tensile fracture of carbon-carbon composite fiber bundles*, Jortner Research & Engineering
- [48] M. Comninou, Interface crack with friction in the contact zone, *Transaction of the ASME*, (1977), 780-781
- [49] B. Budiansky, J.W. Hutchinson, Matrix fracture in fiber-reinforced ceramics, *J.Mech.Phys. Solids*, 34[2], (1986), 167-189
- [50] Helmer, Th., *Einfluss einer Faserbeschichtung auf die mechanischen Eigenschaften von Endlosfasern und C/SiC-Verbundwerkstoffen*, Universität Stuttgart 1992
- [51] Suresh, S., Shih C.F., Plastic near-tip fields for branched cracks, *Intern. Journ. Fracture*, 30, (1986), 237-259